



Proses Adiabatis dan Isovolum Kuantum Sistem Dua Partikel Simetri dengan Model Analogi Termodifikasi

S Akbar¹, E Latifah^{1,*}, S Qomariyah¹, D P Setyo¹, H Widodo¹, dan A Hidayat¹

Fisika FMIPA Universitas Negeri Malang, Jln Semarang no 5, 65154, Malang, Indonesia

*E-mail: syawaluddin95@gmail.com

Received
9 Desember 2017

Revised
27 Desember 2017

Accepted for Publication
22 Februari 2018

Published
23 Februari 2018



This work is licensed under
a [Creative Commons
Attribution-ShareAlike 4.0
International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Abstract

The heat engine, as a device for converting heat energy into work, enters the era of miniaturization until microscopic size. Thus a quantum review for thermodynamic concepts are urgent to be done. A quantum theory has been constructed for adiabatic and iso-volume processes over a 1D piston system with 2 symmetry particles. The method used is an analogical model of a thermodynamic system with a quantum mechanical system modified by the first law of thermodynamic implementation for a quantum system. Analogical model involves the analogical system of a piston being a 1D box with one of the free moving walls and the analogical process that implements the first law of thermodynamics for a quantum system. The results obtained are the configurations of the state of the system, the energy representations during isovolume and adiabatic processes and the equation of the system which is equivalent to the ideal gas equation. With the resulting of these adiabatic and the isovolume processes of quantum systems, a cycle process of quantum Otto 2 symmetry particles and the descriptions of efficiency can be evaluated.

Keywords: Quantum Heat engine, quantum adiabatic process, quantum isovolume process, two symmetry particles system

Abstrak

Mesin panas, sebagai piranti konversi energi panas menjadi usaha, memasuki era miniaturisasi hingga mencapai ukuran mikroskopis. Dengan demikian tinjauan kuantum untuk konsep termodinamis urgen untuk dilakukan. Telah dikonstruksi penelitian teori kuantum untuk proses adiabatik dan isovolum atas sistem piston 1D dengan zat kerja 2 partikel yang simetri. Metode yang digunakan adalah model analogi antara sistem termodinamika dengan sistem mekanika kuantum yang dimodifikasi dengan implementasi hukum pertama termodinamika untuk sistem kuantum. Pemodelan analogi meliputi analogi sistem dari piston menjadi kotak 1D dengan salah satu dinding dapat bergerak bebas dan analogi proses yang mengimplementasikan hukum pertama termodinamika untuk sistem kuantum. Hasil yang diperoleh adalah formulasi dan konfigurasi keadaan sistem, representasi energi selama proses isovolum dan adiabatik dan persamaan keadaan yang setara dengan persamaan gas ideal. Dengan dihasilkannya mekanisme proses adiabatik dan isovolum sistem kuantum, dapat dibangun suatu siklus mesin Otto kuantum sistem 2 partikel simetri dan deskripsi efisiensinya.

Kata Kunci: Mesin Panas kuantum, proses adiabatik kuantum, proses isovolum kuantum, sistem dua partikel simetri

1. Pendahuluan

Miniaturisasi lebih atas piranti merupakan kebutuhan teknologi terkini yang terus dikembangkan desainnya dengan performa yang tinggi. Mesin panas sebagai piranti pengkonversi energi panas menjadi usaha mekanik, tak-terhindarkan dari kecenderungan miniaturisasi. Dengan demikian kajian mesin panas termodinamika klasik harus diperkaya dengan mengimplementasikan teori mikroskopis, kuantum.

Kajian mesin panas kuantum telah dimulai dengan memanfaatkan maser sebagai substansi kerja, dan selanjutnya dibangun teori kuantum menggunakan model analogi untuk sistem partikel yang terjebak dalam sumur potensial tak-hingga dengan salah-satu batas dindingnya dapat bergerak bebas yang menyerupai model piston [1–3]. Model analogi ini menunjukkan kekurangan ketika diimplementasikan untuk prosen yang disertai pertukaran panas karena belum menggunakan hukum pertama termodinamika sehingga definisi kerja sistem belum dideskripsikan dengan baik.

Sebagai konsekwensi hukum pertama, secara umum mesin panas memiliki problem rendahnya efisiensi [2,4–6], sehingga dilakukan upaya untuk meningkatkan efisiensi suatu mesin yang salah-satunya dengan cara tinjauan studi penelitian dalam ranah mikroskopik dengan menerapkan teori kuantum [5,6]. Meski demikian, penelitian untuk mesin Otto kuantum memiliki hasil yang berkorespondensi dengan sistem klasiknya [3,4,7] sementara mesin Carnot untuk sistem kuantum menghasilkan nilai efisiensi yang sama dengan sistem klasiknya serta didapatkan hubungan bahwa semakin tinggi jumlah keadaan yang terlibat, maka semakin rendah tingkat efisiensi [1,8,9].

Upaya mendekati realitas fisis telah banyak dilakukan di wilayah mesin panas kuantum. Mesin panas yang mengkonversi energi surya untuk kerja kimia dalam mekanisme fotosintesis telah ditelaah dalam kajian mesin panas kuantum [10] hingga kemungkinannya meningkatkan efisiensi proses fotosintesis dengan menggunakan keadaan koherensi. Demikian juga efek polaron pada sistem *light-harvesting* telah diteliti dalam perspektif mesin panas kuantum [11].

Sifat eksotik sistem kuantum telah menjadi tumpuan harapan terdongkraknya performa mesin panas oleh teori kuantum dan tereksplorasinya secara lebih mendalam beberapa efek baru dalam wilayah mikroskopis [2,4,11]. Sistem partikel tunggal 1D dengan mekanika gelombang Schrodinger telah banyak diimplementasikan sebagai *working substance* [2,3,6] hingga kajian dimensi geometri ruang Hilbert sistem [12]. Kajian mesin Carnot kuantum dengan Hamiltonian relativistik *Dirac* menunjukkan hasil yang berkorespondensi dengan sistem klasiknya [13,14], hasil yang sama juga diperoleh untuk dua partikel relativistik [15] dengan dua skenario konfigurasi sistem dengan model analogi.

Model analogi memiliki kelemahan dalam mendefinisikan gaya, meski telah secara sederhana mampu mengeksplorasi kuantitas termodinamis dan perubahannya di zona kuantum. Formulasi gaya dalam model analogi, yang berkaitan dengan perubahan nilai harap Hamiltonian (energi) sistem [1], tidak mampu mengevaluasi proses isothermal secara eksplisit [16]. Alternatif solusi atas permasalahan model analogi adalah dengan implementasi hukum pertama termodinamika versi kuantum [16,17]. Berbeda dengan implementasi langsung formulasi statistik atas hukum pertama, artikel ini mereproduksi hukum pertama termodinamika dengan mengeksplorasi perubahan energi total sistem dan ekstraksinya di bawah proses termodinamis versi kuantum, sedemikian hingga juga dihasilkan formulasi gaya bagi sistem kuantum. Sehingga terbangun metode konstruksi mesin panas yang merupakan penyempurnaan model analogi yang selanjutnya disebut model analogi termodifikasi. Dengan model analogi termodifikasi semua proses yang disertai aliran energi panas dapat dievaluasi secara eksplisit sehingga dapat dikonstruksi berbagai siklus ideal mesin panas kuantum sehingga dapat dikarakterisasi sifat termodinamis dari sistem kuantum penyusunnya.

Sistem dua partikel yang telah dikaji adalah sistem dengan dua partikel antisimetri. Dua partikel Dirac sebagai partikel antisimetri [15] sebagai *working substance* dikaji untuk 2 konfigurasi yang berbeda telah menjalani proses siklus yang terdiri proses adiabatik dan isothermal dengan model

analogi yang mengkaji tanpa mengimplementasikan hukum pertama termodinamika. Sesungguhnya akan lebih tepat jika kajian proses termodinamis yang mendiskripsikan perubahan keadaan termodinamis dilakukan dengan mengimplementasikan hukum pertama termodinamika yang mengatur perubahan energi sistem. Dengan demikian dilakukan penelitian tentang proses adiabatik dan isovolume kuantum yang mengimplementasikan hukum pertama termodinamika untuk sistem kuantum. Ketimbang memanfaatkan dua partikel antisimetri penelitian ini memilih dua partikel simetri dengan Hamiltonian non-relativistik.

1.1. Sistem Partikel Identik

Sistem 2 partikel dapat dikatakan identik jika kuantitas fisis seperti posisi, momentum, energi, dan variabel dinamis lainnya yang teramati tidak mengalami perubahan ketika kedua partikel tersebut mengalami pertukaran keadaan. Variabel dinamis pertama (x_1) di tukarkan dengan variabel dinamis kedua (x_2) untuk partikel identik berlaku

$$\hat{H}(x_1, x_2) = \hat{H}(x_2, x_1). \quad (1)$$

Berkaitan dengan sistem partikel identik ini, didefinisikan operator pertukaran (*exchange operator*) \hat{P} yang bekerja pada fungsi gelombang $\psi(x_1, x_2)$, yaitu

$$\hat{P}\psi(x_1, x_2) = \psi(x_2, x_1). \quad (2)$$

Dan nilai eigen energi yang dimiliki sistem 2 partikel dapat diperoleh dengan mengoperasikan operator Hamiltonian terhadap fungsi keadaan sistem, yaitu

$$\hat{H}\psi(x_1, x_2) = E\psi(x_1, x_2). \quad (3)$$

Dimana operator hamiltonian dan operator exchange bersifat saling komut, yaitu

$$[\hat{H}, \hat{P}] = 0. \quad (4)$$

Karena itu, \hat{P} merepresentasikan suatu kuantitas yang kekal, dari persamaan (2) didapatkan hubungan bahwa

$$\hat{P}^2\psi(x_1, x_2) = \psi(x_1, x_2), \hat{P}^2 = 1 \quad (5)$$

Bentuk tersebut memberikan nilai eigen ± 1 selanjutnya untuk menghindari kerancuan simbol, sebagai fungsi dari \hat{P} ambil $\psi = \varphi$ dengan

$$\hat{P}^2\psi(x_1, x_2) = \psi(x_1, x_2) \text{ dan} \quad (6)$$

$$P\psi_{12}(x_1, x_2) = \psi_{21}(x_2, x_1) \quad (7)$$

Untuk fungsi eigen simetri dapat didefinisikan sebagai

$$\psi_s(x_2, x_1) = \psi(x_1, x_2) \quad (8)$$

Sedangkan untuk fungsi eigen antisimetri, dapat didefinisikan sebagai

$$\psi_s(x_2, x_1) = -\psi_s(x_1, x_2) \quad (9)$$

Sistem 2 partikel simetri suatu keadaan sistem memenuhi

$$\psi_{1-2}(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \psi_{12}(x_1, x_2) + \psi_{21}(x_2, x_1) \} \quad (10)$$

1.2. Sistem Partikel dalam kotak 1 Dimensi

Sistem mesin panas yang dikaji adalah kotak potensial 1D selebar L yang diisi dengan 2 partikel simetri. Deskripsi sistem dua partikel diawali dengan deskripsi partikel tunggal. Partikel tunggal dalam kotak satu dimensi dalam keadaan stasioner dengan Hamilton non-relativistik memenuhi persamaan *eigen-value* sebagai berikut.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi_n(x) = E_n \psi_n(x). \quad (11)$$

Dengan pemenuhan syarat batas sistem, diperoleh *eigen-function* untuk partikel tunggal,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right). \quad (12)$$

Eigen-function sistem dua partikel simetri yang terjebak dalam dalam kotak potensial 1D yang disandarkan pada persamaan (10) dan (12), adalah

$$\psi_{m-n}(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{n\pi x_2}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_1}{L}\right) \right\}. \quad (13)$$

Eigen-function persamaan (13) berasosiasi dengan *eigen-value* energi sebagai berikut.

$$E_{n-m} = (n^2 + m^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}. \quad (14)$$

2. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah metode analitik, membangun model fisis yang merepresentasikan sistem dan mekanisme proses untuk selanjutnya dibuat kontruksi model matematis yang bersesuaian dengan model fisis tersebut. Model fisis yang diimplementasikan adalah model analogi yang terdekat dari sistem awal (klasik) dengan suatu kasus sistem mekanika kuantum. Dalam hal ini sistem partikel dalam kotak potensial satu dimensi dengan salah satu dinding yang dapat bergerak berekspansi dan berkompresi analog dengan sistem *working substance* dalam silinder berpiston. Upaya untuk meninjau proses yang merupakan perubahan kuantitas termodinamis dilakukan dengan mengimplementasikan hukum pertama termodinamika bagi sistem kuantum tersebut. Model ini selanjutnya disebut sebagai model analogi termodifikasi.

2.1. Model analogi

Sistem mekanika kuantum yang memiliki analogi terdekat dengan silinder berpiston pada termodinamika adalah sistem partikel yang terjebak dalam kotak satu dimensi. Diambil kasus kotak satu dimensi dimana potensial sistem bernilai tak hingga ($V = \infty$) di $x \leq 0$ dan $x \geq L$, dan bernilai nol

($V = 0$) di $0 < x < L$. Dengan demikian ekspansi dan kompresi sistem klasik dianalogikan dengan penyempitan dan pelebaran dari lebar kotak potensial, L .

Kuantitas temperatur dalam kuantum diwakili oleh kuantitas energi internal. Temperatur merupakan kuantitas statistik dan dapat memiliki makna hanya untuk sistem makroskopis. Dalam teori kinetik gas, konsep temperatur secara mendasar merupakan hal yang tak dikenal, mengingat atom secara individual cukup hanya dikarakterisasi oleh kelajuan atom. Untuk gas ideal, temperatur hendaknya didefinisikan sebagai bentuk rerata energi kinetik. Misalkan untuk gas monoatomik, relasi antar rerata energi kinetik dan temperatur memenuhi persamaan yakni dengan k menyatakan konstanta Boltzmann. Dalam teori kinetik, atom penyusun gas ideal diasumsikan tidak berinteraksi, sedemikian hingga potensial interaksinya diabaikan. Bentuk energi yang dimiliki partikel yang dideskripsikan demikian ini hanyalah energi kinetik translasi. Partikel gas ideal juga tidak memiliki energi rotasi dan vibrasi. Dengan kata lain energi internal gas monoatomik merupakan total energi kinetik ensambel penyusun gas yang terdiri atas N atom. Dengan demikian, energi internal gas ideal monoatomik berbanding lurus hanya dengan temperatur termodinamik, yang bersesuaian dengan hasil eksperimen.

Penentuan kuantitas energi pada sistem kotak 1D sebagai ensambel kuantum diperoleh dengan mengoperasikan operator Hamiltonian terhadap tiap *eigen-state* sehingga diperoleh *eigen-value* energi bagi *eigen-state* terkait. Probabilitas munculnya suatu nilai-eigen sebagai hasil ukur ditentukan oleh kontribusi *eigen-state* yang berkaitan dengan *eigen-value* tertentu terhadap fungsi gelombang. Probabilitas hasil pengukuran energi menentukan nilai harap Hamiltonian yang merupakan rerata energi ensambel. Rerata energi sebagai kuantitas intrinsik sistem ini selanjutnya menyatakan energi internal sistem kotak 1D. Analog dengan gas ideal klasik yang energi internalnya berbanding lurus hanya dengan temperatur, maka konsep temperatur dalam kajian sistem kotak 1D diperankan oleh nilai harap Hamiltonian sistem. Proses isothermal termodinamika yang berlangsung dengan mempertahankan nilai temperatur sistem dalam kontak dengan suatu tandon, diekspresikan dengan dipertahankan nilai harap Hamiltonian sistem kuantum sehingga konstan selama proses.

Sistem kotak 1D dengan salah satu dinding potensialnya mampu bergerak bebas berperan sebagai silinder berpiston. Sistem ini menjadikan lebar kotak L berperan sebagai volume klasik V dan tekanan klasik P diperankan oleh gaya F .

Kuantitas gaya dalam model analogi secara alami mendefinisikan gaya pada dinding potensial sebagai, $F = -dE/dL$, dengan E energi sistem. Meski demikian formulasi gaya ini membawa resiko kesalahan dengan tidak terdapatnya gaya ketika proses isothermal berlangsung, mengingat proses temperatur konstan ini diwakili oleh konstannya nilai energi. Kekurang-tepatan model analogi, selanjutnya dieksplor perbaikan teoritiknya dengan model analogi termodifikasi.

2.2. Model analogi termodifikasi

Model analogi termodifikasi merupakan koreksi dan pengembangan terhadap model analogi yang diusulkan C. M. Bender [1]. Koreksi dilakukan terhadap definisi gaya untuk sistem kuantum kotak 1D, sementara pengembangan dilakukan dengan mengimplementasikan formulasi mikroskopis hukum pertama termodinamika yang dapat mendeskripsikan secara eksplisit kuantitas dan perubahan kuantitas fisis selama proses termodinamika pembentuk siklus berlangsung.

Rerata hasil pengukuran energi diperoleh dengan menentukan nilai harap Hamiltonian,

$$E = \langle \hat{H} \rangle = \sum_j |a_j|^2 E_j = \sum_j P_j E_j \quad (15)$$

Nilai harap Hamiltonian merupakan rerata energi hasil pengukuran seluruh anggota ensambel penyusun sistem, untuk selanjutnya berkaitan dengan sistem kotak 1D cukup disebut dengan energi

sistem. Di bawah proses lambat, perubahan yang sangat kecil atas energi sistem persamaan (16) memenuhi relasi

$$dE = \sum_{j=1}^n E_j dP_j + \sum_{j=1}^n P_j dE_j \quad (16)$$

Kedua suku persamaan (16) memberikan informasi bahwa energi sistem berubah dengan dua cara yang berbeda. Suku pertama merepresentasikan perubahan bilangan kedudukan atau probabilitas sementara suku kedua menyajikan perubahan tingkat energi sistem.

Proses adiabatik berlangsung dengan mempertahankan probabilitas tetap konstan. Dengan demikian suku pertama persamaan (16) bernilai nol di bawah proses adiabatik, dengan demikian energi sistem memenuhi,

$$dE = \sum_j P_j dE_j \quad (17)$$

Proses adiabatik berlangsung tanpa pertukaran panas antara sistem dengan lingkungan. Pada Proses ini, perubahan energi internal merupakan sumbangan interaksi antara sistem dan lingkungan dalam bentuk energi mekanik. Energi internal sistem menurun ketika sistem melakukan usaha sehingga sistem 1D berekspansi, atau usaha $dE = \sum_{j=1}^n P_j dE_j = -dW$. Dengan demikian usaha yang dialami/dilakukan sistem secara makroskopis dinyatakan dengan,

$$\delta W = -\sum_{j=1}^n P_j dE_j \quad (18)$$

Aliran panas yang dialami sistem ditunjukkan oleh perubahan entropi sistem. Entropi sistem, S , menurut Von-Neumann berkaitan dengan konfigurasi sistem yang diwakili oleh probabilitas sistem. Dengan demikian, aliran panas pada sistem yang ditunjukkan dengan perubahan entropi sistem berkaitan dengan suku energi yang mengandung perubahan probabilitas, yakni bersesuaian dengan suku pertama persamaan (16). Dengan demikian,

$$\delta Q = \sum_{j=1}^n E_j dP_j, \quad (19)$$

secara mikroskopis mewakili aliran panas yang dialami sistem kuantum.

Gaya merupakan kuantitas yang tidak *well-defined* dalam sistem kuantum, mengingat kecenderungan pembahasan mekanika kuantum lebih menyukai menentukan spektrum Hamiltonian dan sifat-sifat *eigen-state* energi ketimbang menganalisis gaya. Usaha berkaitan dengan gaya yang dialami sistem menurut hubungan $\delta W = FdL$. Sementara dari formulasi mikroskopis hukum pertama termodinamika diperoleh definisi mikroskopis usaha sesuai persamaan (18). Dengan demikian diperoleh rerata ensemble kuantitas gaya sebagai berikut

$$F = -\sum_j P_j \frac{dE_j}{dL} = \sum_j P_j F_j \quad (20)$$

Model analogi dengan koreksi definisi gaya bagi sistem kuantum dan penerapan formulasi mikroskopis hukum pertama dalam mendeskripsikan perubahan energi sistem, selanjutnya, diimplimentasikan untuk mengkaji proses adiabatik dan isovolum kuantum sistem 2 partikel simetri.

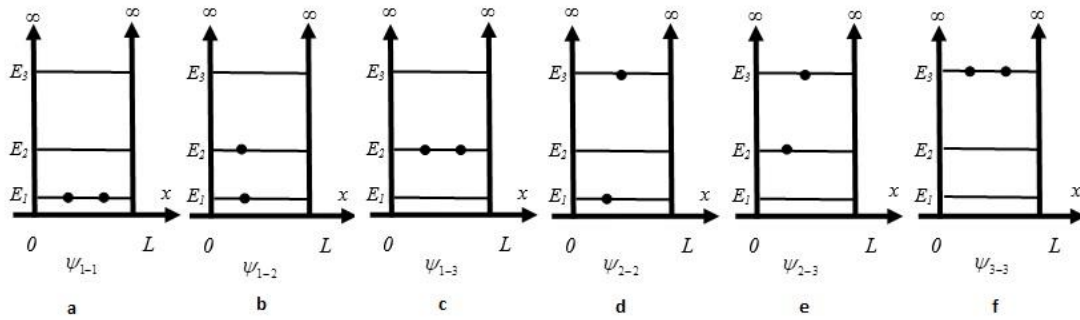
3. Hasil dan Pembahasan

Working substance yang dipilih adalah dua partikel identik simetri yang terkurung dalam kotak 1D. Dua partikel ini dapat memilih untuk menempati tiga tingkat energi yang tersedia dalam kotak,

sehingga terbangun beberapa konfigurasi seperti yang akan dideskripsikan. Konfigurasi sistem ini menyumbangkan varian *eigen-state* dan *eigen-energy* sistem dua partikel secara unik. Dengan demikian nilai harap energinya diperoleh berdasar konfigurasi yang tersusun.

3.1. Konfigurasi Sistem 2 Partikel Simetri

Dua partikel identik dan simetri pada tingkat energi yang terendah untuk kotak potensial 1D, memungkinkan 2 partikel dapat berada pada tingkat energi yg sama. Kondisi ini menghasilkan 6 model konfigurasi yang mungkin yakni *eigen-state* ψ_{1-1} , ψ_{1-2} , ψ_{1-3} , ψ_{2-2} , ψ_{2-3} , ψ_{3-3} , yang masing berasosiasi dengan *eigen-energy* E_{1-1} , E_{1-2} , E_{1-3} , E_{2-2} , E_{2-3} , E_{3-3} . Penggambaran skenario keenam konfigurasi dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Ragam Konfigurasi 2 partikel simetri dalam kotak 1D

Pasangan keadaan sistem dua partikel dengan *eigen-value* energi, yang berkaitan, secara urut dari keadaan dasar hingga keadaan tereksitasi tertinggi disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 *Eigen-value of energy* untuk masing-masing konfigurasi

No	<i>Eigen-state</i>	<i>Eigen-energy</i>
1	$\psi_{1-1} = \frac{2\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_{1-1} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$
2	$\psi_{1-2} = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \right\}$	$E_{1-2} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$
3	$\psi_{2-2} = \frac{2\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_{2-2} = \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$
4	$\psi_{1-3} = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L}\right) \right\}$	$E_{1-3} = \frac{10\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$
5	$\psi_{2-3} = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L}\right) \right\}$	$E_{2-3} = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$
6	$\psi_{3-3} = \frac{2\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_{3-3} = \frac{18\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$

Dari Tabel 1 dan persamaan (15) diperoleh nilai harap Hamiltonian sistem sebagai berikut.

$$E = \langle H \rangle = P_{1-1} \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} + P_{1-2} \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + P_{2-2} \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + P_{1-3} \frac{10\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + P_{2-3} \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + P_{3-3} \frac{18\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (21)$$

3.2. Proses adiabatik Kuantum dan persamaan sistem

Proses adiabatik kuantum dapat memformulasi proses adiabatik klasik. Karena proses adiabatik kuantum berlangsung sangat lambat sedemikian hingga kondisi adiabatik kuantum terpenuhi sehingga probabilitas kedudukan tidak berubah. Tidak terjadi perpindahan panas selama proses berlangsung, akan tetapi usaha tidak bernilai nol. Proses adiabatik klasik tidak perlu mempersyaratkan probabilitas kedudukan harus invarian. Satu contoh, ketika proses berlangsung dengan sangat cepat dan kondisi adiabatik kuantum tidak terpenuhi, eksitasi internal cenderung terjadi, akan tetapi tidak terjadi pertukaran panas antara substansi kerja dan tandon panas eksternal. Proses termodinamis demikian ini adalah proses adiabatik klasik, namun bukan proses adiabatik kuantum.

Perubahan energi internal, di bawah proses adiabatik, terjadi karena interaksi sistem dengan lingkungan dalam bentuk usaha. Untuk sistem kotak 1D, usaha yang dilakukan atau dialami sistem merupakan usaha mekanik, sedemikian hingga energi internal menurun jika sistem melakukan usaha sehingga lebar kotak mengalami peningkatan dan sebaliknya. Pada kondisi ini hukum pertama termodinamika memenuhi,

$$dE_{\text{adiabat}} = -\delta W = \sum_{m,n} P_{m-n} dE_{m-n} . \quad (22)$$

Dalam proses ini, lebar kotak berubah sebagaimana dinding potensial bergerak. Tidak terdapat transisi diantara tingkat energi, hal ini dapat direpresentasikan dengan kuadrat modulus koefisien ekspansi yang merupakan probabilitas kedudukan invarian. Hanya di bawah pengaruh proses adiabatik dapat didefinisikan usaha yang berdasar persamaan (22) dan (21) serta hubungan $dW = FdL$ diperoleh,

$$F_{\text{adiabat}} = -\frac{dE_{\text{adiabat}}}{dL} . \quad (23)$$

Definisi gaya yang memenuhi persamaan (23) telah digunakan dengan baik untuk mengevaluasi mesin Carnot 1D model analogi [1,2]. Jelas bahwa definisi gaya persamaan (23) dari model analogi dasar sesungguhnya berlaku terbatas hanya untuk proses yang tidak disertai aliran kalor.

Secara khusus untuk kasus dua partikel simetri, gaya yang dialami atau dilakukan sistem selama proses adiabatik memenuhi persamaan berikut.

$$\begin{aligned} F_{\text{adiabat}} &= -\frac{dE_{\text{adiabat}}}{dL} \\ &= -\sum_{m,n} P_{m-n} F_{m-n} \\ &= -\left(P_{1-1} \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^3} + P_{1-2} \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL^3} + P_{2-2} \frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL^3} + P_{1-3} \frac{10\pi^2 \hbar^2}{mL^3} + P_{2-3} \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL^3} + P_{3-3} \frac{18\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

dengan $P_j = |a_j|^2$ merupakan probabilitas bagi tiap tingkat energi.

Hubungan antara *eigen-energy* dengan *eigen-force* diketahui melalui persamaan (20). Berdasarkan persamaan (20) dan nilai energi pada Tabel 1 dapat diperoleh hubungan antara gaya dan energy, $F_{m-n} = 2E_{m-n}/L$, yang berkaitan dengan $F = 2E/L$, atau

$$FL = 2E \quad (25)$$

Telaah analogi kuantitas klasik dan kuantum $P \rightarrow F$, $V \rightarrow L$ dan $T \rightarrow E$ memberikan informasi bahwa persamaan system kuantum, persamaan (25), analog dengan persamaan gas ideal $PV = NkT$.

3.3. Proses isovolume kuantum

Proses isovolume kuantum untuk sistem kotak 1D, analog dengan sistem klasik, berlangsung dengan mempertahankan lebar kotak (yang berperan sebagai volume) sehingga konstan selama proses. Usaha mekanik di bawah proses isovolume bernilai nol mengingat tidak terjadi perubahan lebar kotak 1D. Dengan demikian aliran energi panas yang melewati batas sistem dan tandon seluruhnya berakibat pada perubahan energi internal sistem. Ungkapan hukum pertama bagi sistem di bawah proses isovolume memenuhi,

$$dE = \sum_{m,n} E_{m-n} dP_{m-n} = \delta Q \quad (26)$$

Pertukaran energi panas dalam proses isovolume kuantum menimbulkan perubahan entropi S sistem sehingga sistem mengalami transisi antar tingkat energi yang dinyatakan dengan terdapatnya perubahan probabilitas kedudukan sepanjang proses. Dengan demikian kalkulasi energi panas yang diserap sistem dapat dilacak dari perubahan energi internal dari awal hingga akhir proses isovolume berlangsung yang diwakili oleh nilai harap energi pada proses awal E_i dan hingga proses akhir Isovolume E_f .

$$\delta Q = E_f - E_i \quad (27)$$

Dengan meninjau persamaan (26) yang mendefinisikan nilai harap hamiltonian sebagai energi sistem yang berkaitan dengan probabilitas dari keadaan sistem, serta dengan meninjau lebar sistem untuk proses isobarik bernilai konstan maka persamaan (27) dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} \delta Q &= \sum_{n,m=1}^3 P_{m-n}^f (n^2 + m^2) \left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \right) - \sum_{n,m=1}^3 P_{m-n}^i (n^2 + m^2) \left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \right) \\ &= \sum_{n,m=1}^3 (P_{m-n}^f - P_{m-n}^i) E_{m-n} \end{aligned} \quad (28)$$

Satu contoh kasus, jika probabilitas keadaan sistem untuk kondisi awal proses isovolume, probabilitas sistem 100% berada di keadaan ψ_{1-1} dan probabilitas keadaan lain bernilai 0%, sedangkan pada akhir proses isovolume untuk probabilitas sistem 100% berada di keadaan ψ_{3-3} , dan keadaan lain 0%, maka persamaan (28) menghasilkan,

$$\begin{aligned} \delta Q &= P_{3-3} E_{3-3} - P_{1-1} E_{1-1} \\ &= \left(P_{3-3} (3^2 + 3^2) - P_{1-1} (1^2 + 1^2) \right) \left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

Implementasi persamaan (27) dapat menghasilkan kuantitas aliran panas yang terjadi dari lingkungan ke sistem atau dari sistem ke lingkungan. Telah diketahui bahwa konsep panas dan alirannya merupakan hal yang tidak biasa disajikan dalam teori kuantum.

Dengan telah dikonstruksinya sistem dua partikel simetri dan proses adiabatik dan isovolume kuantum, maka dapat disusun suatu mesin panas kuantum, dalam hal ini mesin Otto kuantum dengan 2 partikel simetri sebagai *working Substance*. Sangat disarankan agar penelitian ini dilanjutkan hingga terbangun mesin Otto kuantum sistem dua partikel Boson serta kajian efisiensinya sehingga dapat dibandingkan dengan nilai efisiensi mesin panas kuantum partikel tunggal. Kajian lebih lanjut juga

sangat dianjurkan untuk melakukan eksplorasi persamaan sistem dan kaitannya dengan karakteristik *working substance*.

4. Kesimpulan

Sistem 2 partikel identik simetri yang terkurung di dalam kota potensial 1D dengan ketersediaan 3 tingkat keadaan terendah menghasilkan 6 konfigurasi. Ke-enam konfigurasi sistem 2 partikel tersebut menghasilkan *eigen-state* yang berasosiasi dengan *eigen-value energy* masing-masing, yang membentuk tingkat energi sistem secara berurutan dan menyusun ensambel sistem. Energi internal yang merupakan Nilai harap Hamiltonian diperoleh dari rerata energi hasil pengukuran seluruh anggota ensambel penyusun sistem.

Perubahan energi sistem mematuhi hukum pertama yang secara mikroskopis berkaitan dengan perubahan probabilitas tiap tingkat energi (berkaitan dengan aliran panas) dan perubahan energi di tiap tingkat (berkaitan dengan usaha yang dialami/dilakukan oleh sistem). Proses adiabatik dan isovolume sistem 2 partikel simetri dalam kotak satu dimensi telah didefinisikan secara eksplisit. Proses adiabatik sistem ini mampu mengantarkan pada persamaan sistem yang ternyata analog dengan persamaan gas ideal.

Sangat disarankan agar penelitian ini dilanjutkan hingga terbangun mesin Otto kuantum sistem dua partikel Boson serta kajian efisiensinya sehingga dapat dibandingkan dengan nilai efisiensi mesin panas kuantum partikel tunggal. Kajian lebih lanjut juga sangat dianjurkan untuk melakukan eksplorasi persamaan sistem dan kaitannya dengan karakteristik *working substance*.

Daftar Rujukan

- [1] Bender CM, Brody DC dan Meister BK. Quantum mechanical Carnot engine. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 2000; **33**(24): 4427–4436. DOI:10.1088/0305-4470/33/24/302.
- [2] Latifah E dan Purwanto A. Multiple-State Quantum Carnot Engine. *journal of modern physics*. 2011; **2**(11): 1366–1372. DOI:10.4236/jmp.2011.211169.
- [3] Latifah E dan Purwanto A. Multiple-state quantum Otto engine, 1D box system. 2014; **137**: 137–140. DOI:10.1063/1.4868768.
- [4] Latifah E dan Purwanto A. Quantum Heat Engines ; Multiple-State 1D Box System. 2013; **2013**(August): 1091–1098.
- [5] Nalbach P dan Thorwart M. Enhanced quantum efficiency of light-harvesting in a biomolecular quantum “steam engine.” *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2013; **110**(8): 2693–2694. DOI:10.1073/pnas.1220587110.
- [6] Stefanatos D. Optimal efficiency of a noisy quantum heat engine. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. 2014; **90**(1). DOI:10.1103/PhysRevE.90.012119.
- [7] Opatrny T dan Scully MO. Enhancing Otto-mobile efficiency via addition of a quantum carnot cycle. *Fortschritte der Physik*. 2002; **50**(5–7): 657–663. DOI:10.1002/1521-3978(200205)50:5/7<657::AID-PROP657>3.0.CO;2-#.
- [8] Quan HT, Zhang P dan Sun CP. Quantum heat engine with multilevel quantum systems. *Phys. Rev. E*. 2005; **72**(5): 56110. DOI:10.1103/PhysRevE.72.056110.
- [9] Quan HT, Liu Y, Sun CP dan Nori F. Quantum Thermodynamic Cycles and quantum heat engines. 2006; : 1–19. DOI:10.1103/PhysRevE.76.031105.
- [10] Dorfman KE, Voronine D V., Mukamel S dan Scully MO. Photosynthetic reaction center as a quantum heat engine. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2013; **110**(8): 2746–2751. DOI:10.1073/pnas.1212666110.
- [11] Xu D, Wang C, Zhao Y dan Cao J. Polaron effects on the performance of light-harvesting systems: A quantum heat engine perspective. *New Journal of Physics*. 2016; **18**(2): 1–10. DOI:10.1088/1367-2630/18/2/023003.
- [12] Silva R, Manzano G, Skrzypczyk P dan Brunner N. Performance of autonomous quantum thermal machines: Hilbert space dimension as a thermodynamical resource. *Physical Review E*

- *Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. 2016; . DOI:10.1103/PhysRevE.94.032120.
- [13] Muñoz E dan Peña FJ. Quantum heat engine in the relativistic limit: The case of a Dirac particle. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. 2012; **86**(6): 1–11. DOI:10.1103/PhysRevE.86.061108.
- [14] Sukanto H, Purwanto A dan Subagyo A. Mesin Panas Kuantum Partikel Relativistik pada Sumur Potensial 2 Dimensi. 2014; : 103–107.
- [15] Purwanto A, Sukanto H, Subagyo BA dan Taufiqi M. Two Scenarios on the Relativistic Quantum Heat Engine. *Journal of Applied Mathematics and Physics*. 2016; **4**(7): 1344–1353. DOI:10.4236/jamp.2016.47144.
- [16] Quan HT, Zhang P dan Sun CP. Quantum Heat Engine with Multilevel Quantum Systems. *Phys. Rev. E*. 2005; **72**: 56110.
- [17] Latifah E dan Purwanto A. Quantum Heat Engines; Multiple-State 1D Box System. *Journal of Modern Physics*. 2013; **4**(8): 1108–1115. DOI:10.4236/jmp.2013.48146.