

FLEKSIBILITAS BERPIKIR RELASIONAL SISWA: STUDI KASUS SISWA KELAS 7 DI SMPIT PERMATA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA

Heri Purnomo ¹⁾

Dr. Candidate in Mathematics Education, Graduate School Universitas Negeri Malang
E_mail: heri.purnomo.1803119@students.um.ac.id

Abdullah Ash Shiddieqy ²⁾

SMPIT Permata Probolinggo, Jalan Kaca Piring No. 24 Probolinggo, Jawa Timur
E_mail: abd.ash.shiddieqy@gmail.com

Abstrak: Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan fleksibilitas yang digunakan siswa kelas 7 dalam berpikir relasional. Berpikir relasional dalam penelitian ini terdiri dari tahapan emerging, consolidating dan established relational thinking. Fleksibilitas dalam penelitian ini dicapai setelah siswa memenuhi tahap Established dalam berpikir relasional. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif yang mendeskripsikan fleksibilitas siswa dalam berpikir relasional. Subjek dalam penelitian ini terdiri dari 45 siswa kelas 7. Instrument yang digunakan adalah tes dan wawancara. Tes diberikan kepada 45 siswa kemudian diseleksi jawaban siswa yang benar dan sesuai dengan tahapan berpikir relasional. Siswa yang berpikir relasional yang memenuhi tahapan established dengan menggunakan strategi yang berbeda dilakukan wawancara untuk memperoleh data secara mendalam. Hasil penelitian mengidentifikasi bahwa siswa yang mengalami berpikir relasional pada tahap established mampu berpikir fleksibel. Proses fleksibilitas teridentifikasi saat siswa menggunakan, memilih atau menghasilkan strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah yang diberikan, dan menerapkan pengetahuan tentang angka dan sifatnya dengan cara yang berbeda dengan mempartisi, mentransformasikan, mengganti, atau menguraikan angka serta menggunakan sifat komutatif operasi bilangan.

Kata Kunci: Fleksibilitas, Berpikir Relasional, Masalah Matematika

PENDAHULUAN

Berpikir relasional menjadi salah satu masalah yang paling menarik dalam pendidikan matematika (Stephens & wang, 2008). Salah satu tujuan dari penelitian dalam bidang ini adalah untuk melihat bagaimana siswa melakukan transisi dari aritmatika ke aljabar, dan untuk mengidentifikasi beberapa hubungan utama dalam proses ini.

Berpikir relasional penting dalam matematika karena ada banyak ide dasar dalam matematika yang mengandung hubungan antara representasi yang berbeda dari angka dan operasi antara angka dan di antara objek matematika lainnya (Molina et.al, 2006) dan juga landasan yang baik untuk belajar aljabar formal (Molina & Ambrose, 2008). Akibatnya,

penting untuk mengembangkan berpikir relasional di antara siswa sedini mungkin.

Berpikir relasional (Stephens & Wang, 2008) terdiri dari *Established Relational Thinking*, *Consolidating Relational Thinking*, dan *Emerging Relational Thinking*. Lebih lanjut Max Stephens menjelaskan bahwa *Established Relational Thinking* yaitu kemampuan siswa dalam menentukan secara spesifik hubungan antara bilangan, menentukan bilangan yang tepat dalam persamaan, menjelaskan secara lengkap mengenai bilangan yang digunakan, dapat mendeskripsikan bagaimana bilangan tersebut dapat digunakan, menjelaskan secara spesifik keterkaitan hubungan bilangan, dan dapat menggeneralisasikannya.

Sedangkan *Consolidating Relational Thinking* yaitu kemampuan siswa mengidentifikasi bilangan yang digunakan, menentukan bilangan yang tepat dalam persamaan, menjelaskan mengenai bilangan yang digunakan, dapat mendeskripsikan bagaimana bilangan tersebut dapat digunakan, menjelaskan secara tidak spesifik mengenai hubungan bilangan tersebut, dan tidak dapat menggeneralisasi-kannya.

Emerging Relational Thinking yaitu kemampuan siswa mengidentifikasi

bilangan yang digunakan, namun secara keseluruhan tidak dapat menentukan hubungan yang terkait antara bilangan yang digunakan, dapat menentukan bilangan yang tepat digunakan untuk salah satu persamaan, tidak dapat menjelaskan mengenai hubungan bilangan yang digunakan tersebut, mencoba memberikan pasangan bilangan yang tepat, tidak memberikan jawaban sama sekali.

Berpikir relasional memainkan peran sentral dalam kognisi manusia. Berpikir relasional adalah sistem berpikir yang berpusat pada hubungan yang mengelilingi objek-objek berikutnya, dan mempertimbangkan segala sesuatu dalam hal objek dan interaksi dengan orang lain.

Berpikir relasional berkaitan dengan keterjangkauan karena metode berpikir ini memungkinkan seseorang untuk menyadari suatu tindakan. Berpikir relasional termasuk kemampuan kita untuk memahami analogi antara objek atau peristiwa tampaknya berbeda dan menerapkan aturan abstrak dalam situasi baru.

Berpikir relasional mempertimbangkan informasi tambahan secara bersamaan dan mencari pola koneksi identifikasi berikutnya. Ini sering terkait

dengan intuisi dan karakteristik matematika terapan, pemrograman berorientasi objek, dan bidang antar-disiplin ilmu. Karena itu, berpikir relasional adalah berpikir dengan membangun hubungan berbagai objek/konteks sehingga saling terkait satu sama lain. Berpikir relasional melibatkan aplikasi nilai tempat dan sifat-sifat jumlah, operasi, dan kesetaraan dalam memecahkan masalah matematika (Jacobs et al., 2007).

Jacob menjelaskan berpikir relasional merupakan pernyataan dan persamaan secara keseluruhan yang memperhatikan hubungan jumlah antara ungkapan-ungkapan dan persamaan berpikir relasional merupakan pendekatan yang berbeda dalam bekerja dengan angka-angka dari melakukan prosedur komputasi dalam urutan langkah demi langkah. Berpikir relasional cenderung menggunakan kesetaraan dalam cara lain. Mereka dapat menyimpan dua bilangan pada sisi lain tanda sama dengan "=" sebagai pasangan yang tidak di hitung (Carpenter, et.al, 2005).

Beberapa penelitian telah fokus pada memahami konsepsi anak-anak dan kesalahpahaman yang terkait dengan berpikir Relasional, bagaimana konsepsi berkembang, bagaimana guru dapat

mendorong perkembangan dan penggunaan berpikir relasional untuk belajar aritmatika, dan bagaimana pengembangan profesional dapat mendukung pengajaran berpikir relasional (Empson, et.al, 2010).

Penelitian tersebut meliputi diskusi yang dipandu guru dengan kelompok siswa (Blanton & Kaput, 2011; Carpenter et al., 2003, 2005; Molina & Ambrose, 2006; Russell et al., 2011), wawancara satu-satu dengan siswa untuk mendapatkan wawasan tentang berpikir mereka tentang berpikir relasional (Molina, Castro, & Mason, 2008; Subramaniam & Banerjee, 2011), penilaian longitudinal untuk menentukan peningkatan berpikir relasional siswa dari waktu ke waktu (Britt & Irwin, 2011), kuesioner (Stephens & Ribeiro, 2012; Stephens & Wang, 2008), dan penggunaan manipulatif untuk menggambarkan pemikiran relasional (Kiziltoprak & Kose, 2017).

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) menjelaskan standar kurikulum dan buku teks mendorong siswa untuk mempelajari berbagai strategi untuk menyelesaikan masalah, tetapi berpikir relasional melibatkan lebih dari sekadar menggunakan strategi; itu melibatkan pengambilan

keputusan strategis. Setelah mewawancarai ratusan siswa kelas satu dan dua dan mengamati mereka ketika mereka memecahkan masalah matematika, disimpulkan bahwa belajar untuk berpikir secara fleksibel tentang pengurangan adalah penting bagi siswa.

Pengurangan lebih rumit dari pada penambahan (Fuson 1984), dan pengurangan dapat dipikirkan dengan cara yang berbeda (Selter et al. 2012). Arti take-away adalah penting dan memainkan peran sentral dalam instruksi pengurangan awal. Namun, anak-anak yang berpikir tentang pengurangan hanya dalam hal take-away terbatas dalam fleksibilitas mereka dan dengan demikian cenderung bergantung pada pendekatan yang tidak efisien dan rawan kesalahan.

Beberapa masalah cenderung menganggap pengurangan sebagai dibawa pulang; yang lain cenderung berpikir tentang perbedaan sebagai jarak. Mempromosikan berbagai cara penalaran ini ketika peluang muncul adalah penting untuk membantu siswa menjadi akurat, efisien, dan fleksibel dengan perhitungan (NCTM, 2017).

Fleksibilitas juga merupakan komponen penting dari berpikir relasional (Carpenter et al., 2005; Irwin &

Britt, 2005; Mason & Stephens, 2006; Stephens & Ribeiro, 2012).

Kemampuan untuk fleksibel dengan angka didefinisikan sebagai memilih atau menghasilkan strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah yang diberikan, dan menerapkan pengetahuan tentang angka dan sifatnya dengan cara yang berbeda tergantung pada konteksnya (Proulx, 2013; Star & Newton, 2009; Threlfall, 2002). Fleksibilitas penting dalam berpikir relasional karena memungkinkan siswa untuk memutuskan pendekatan (yaitu, mempartisi, mengubah, mengganti, memesan ulang, atau menguraikan angka, jika perlu) yang mungkin yang terbaik untuk mengubah persamaan yang diberikan menjadi yang lebih mudah dikelola untuk diselesaikan (Britt & Irwin, 2011, Jones, et al., 2012). Berdasarkan ulasan diatas, untuk mencapai berpikir relasional tahap Established Relational Thinking, bagaimana siswa pada tahap relational thinking pada fleksibilitas dalam proses menyelesaikan masalah matematika akan ditelusuri lebih lanjut.

METODE PENELITIAN

Subjek Penelitian

Subjek dari penelitian ini adalah siswa dari dua kelas berbeda, yakni kelas

7 SMPIT Permata Probolinggo, Jawa timur, Indonesia. Pemilihan subyek penelitian meliputi beberapa kriteria yaitu (1) siswa dari sekolah berkisar antara usia 12 hingga 14 tahun, (2) siswa mampu menanggapi hasil proses berpikirnya dalam bentuk lisan dan tulisan, (3) siswa telah memperoleh materi operasi bilangan, dan (4) siswa mengalami fleksibilitas dalam menyelesaikan masalah matematika.

Desain Penelitian

Prosedur penelitian ini dimulai dengan memilih 2 siswa dari 45 siswa kelas 7 sekolah menengah pertama yang menyelesaikan masalah matematika dan teridentifikasi sebagai subjek yang melakukan berpikir relasional. 2 siswa tersebut melakukan fleksibilitas dalam berpikir relasional saat menyelesaikan masalah matematika. Siswa yang dipilih juga dapat mengkomunikasikan hasil berpikir mereka dalam bentuk lisan dan tulisan. Seleksi didasarkan pada rekomendasi guru sekolah berdasarkan hasil tes mereka. Selanjutnya, dari dua kelas siswa yang mengalami tahap berpikir relasional pada tahap established pada tahap flexibility dipilih berdasarkan argumen/ tanggapan yang sama ketika menyelesaikan masalah.

Kedua siswa diwawancarai dengan alasan kejadian fleksibilitas yang mereka alami dalam menyelesaikan masalah. Wawancara bertujuan untuk memvalidasi data yang ada dan data kemudian dianalisis.

Metode Pengumpulan Data

Data dikumpulkan dari tes dan wawancara. Tes ini bertujuan untuk mengeksplorasi fleksibilitas siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Fleksibilitas dilihat dari strategi dalam menyelesaikan masalah melalui tes dan selanjutnya wawancara dilakukan terkait dengan strategi siswa ketika menyelesaikan masalah matematika. Tes, dan wawancara dilakukan untuk menentukan subjek penelitian berdasarkan kriteria siswa yang mengalami fleksibilitas dalam menyelesaikan masalah matematika secara lebih mendalam. Hasil dari tes, dan wawancara mendalam kemudian dianalisis. Tes berpikir relasional yang dimaksud dalam penelitian ini mengadopsi dari Stephen & Wang (2008) mengenai penyelesaian soal $18 + \square = 20 + \square$.

Analisis Data

Data yang baik dan valid digunakan untuk menggambarkan indikator penyebab fleksibilitas berpikir

relasional flexibility siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

Proses analisis dalam penelitian ini dilakukan pada tahapan-tahapan yaitu (1) reduksi data dengan fokus pada pemilihan hal-hal utama yang diperlukan dan menghapus hal-hal yang tidak perlu; (2) tahap analisis dan pengelompokan

data yang telah direduksi menjadi beberapa indikator dari fleksibilitas dalam strategi menyelesaikan soal dan karakteristik berpikir relasioanal siswa dalam menyelesaikan masalah matematika; (3) kesimpulan tentang hasil temuan dan penyajian data.

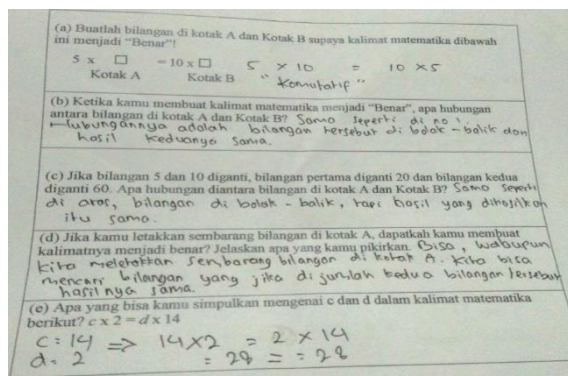
Tabel 1. Karakteristik tahapan berpikir relasional (Sthepens & Wang, 2008).

Tahapan	The defining characteristics (Menentukan Karakteristik)
Emerging Relational Thinking	<p>(a) Mengidentifikasi beberapa fitur dari angka-angka yang digunakan dalam Kotak A dan Kotak B, tetapi tidak sepenuhnya menentukan hubungan antara angka-angka yang digunakan dalam Kotak A dan Kotak B;</p> <p>(b) Fokus pada fitur ini ketika mencoba menjelaskan bagaimana angka apa pun dapat digunakan dalam Kotak A dan masih memiliki kalimat yang benar, tetapi sekali lagi tidak dapat menggambarkan hubungan ini sepenuhnya;;</p> <p>(c) Berusaha untuk memberikan pasangan nilai yang benar pada c dan d sehingga memungkinkan membuat kalimat yang benar, atau tidak mencoba pertanyaan ini sama sekali.</p>
Consolidating Relational Thinking	<p>(a) Hampir selalu dapat menentukan hubungan antara angka-angka di Kotak A dan angka-angka di Kotak B dengan referensi yang jelas ke angka-angka, termasuk besarnya dan arah perbedaan di antara keduanya;</p> <p>(b) Kadang-kadang bisa memberikan penjelasan lengkap tentang bagaimana nomor dapat digunakan dalam Kotak A dan masih memiliki kalimat yang benar;</p> <p>(c) Biasanya dapat merujuk ke beberapa fitur hubungan antara c dan d, atau memberikan pasangan nilai tertentu untuk c dan d, tetapi tidak dapat memberikan penjelasan lengkap tentang hubungan tersebut.</p>
Established Relational thinking	<p>(a) Menentukan hubungan antara angka-angka dalam Kotak A dan angka-angka dalam Kotak B dengan referensi yang jelas ke angka-angka, termasuk besarnya dan arah perbedaan di antara mereka;</p> <p>(b) Menggunakan bentuk kata-kata yang sama digunakan untuk menggambarkan hubungan ini sebagai bagian dari kondisi yang menggambarkan bagaimana angka apa pun dapat digunakan dalam Kotak A dan masih membuat kalimat yang benar;</p> <p>(c) Menjelaskan bagaimana c dan d terkait agar kalimat itu benar, memperlakukan c dan d sebagai angka umum</p>

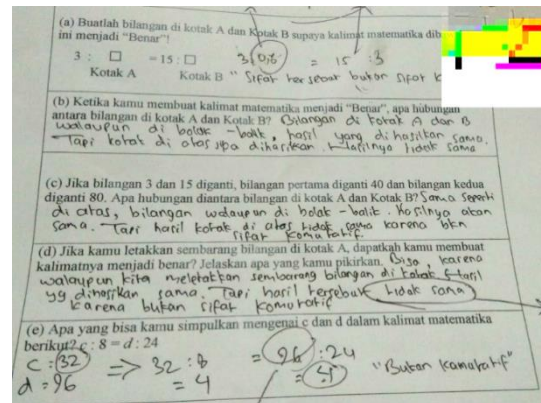
HASIL PENELITIAN

Subjek Pertama

Subjek pertama (S1) menyelesaikan masalah matematika dan mengalami berpikir relasional berdasarkan tahapan berpikir relasional Stepens & wang (2008). S1 berada pada tahap *Established Relational Thinking* yaitu proses berpikir S1 dalam menentukan secara spesifik hubungan antara bilangan, menentukan bilangan yang tepat dalam persamaan, menjelaskan secara lengkap mengenai bilangan yang digunakan, dapat mendeskripsikan bagaimana bilangan tersebut dapat digunakan, menjelaskan secara spesifik keterkaitan hubungan bilangan, dan dapat menggeneralisasikannya. Hal tersebut dapat ditelusuri dari hasil tes siswa pada gambar 1, dan 2.



Gambar 1. Hasil tes S1 pada mathematical problem 1



Gambar 2. hasil tes S1 pada mathematical problem 2

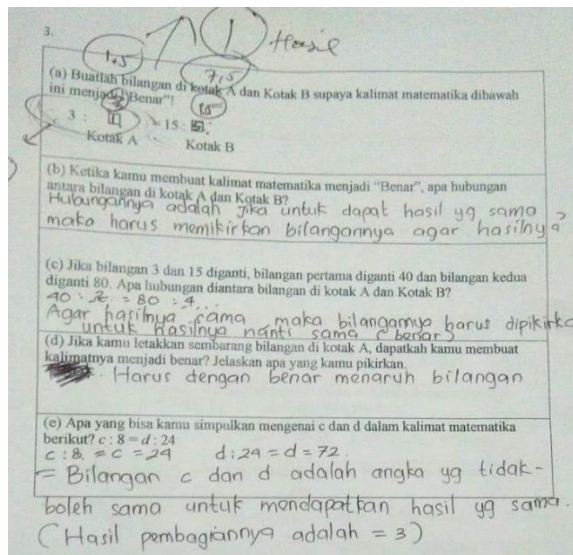
Dari hasil wawancara juga demikian menunjukkan bahwa S1 mampu menentukan hubungan antara angka-angka dalam Kotak A dan angka-angka dalam Kotak B dengan referensi yang jelas ke angka-angka, termasuk besarnya dan arah perbedaan di antara mereka. S1 juga menggunakan bentuk kata-kata yang sama digunakan untuk menggambarkan hubungan ini sebagai bagian dari kondisi yang menggambarkan bagaimana angka apa pun dapat digunakan dalam Kotak A dan masih membuat kalimat yang benar. S1 juga mampu menjelaskan bagaimana c dan d terkait agar kalimat itu benar, memperlakukan c dan d sebagai angka umum. Cuplikan hasil wawancara dengan S1 dapat diamati pada dialog berikut.

R: Pernah menjumpai soal seperti ini?
S1: pernah, tapi tidak panjang seperti ini
R: bagaimana kamu menyelesaikan soal ini?
S1: disamakan, ini dengan ini (menunjuk soal) sehingga hasilnya sama,
R: kenapa memilih angka ini?
S1: karena penjumlahan dibalik balik itu sama saja hasilnya, jadi saya pilih saja angka disebelahnya
R: ini menggunakan cara apa?
S1: saya pakek sifat komutatif pak, kecuali pembagian dan pengurangan tidak bisa
R: ada cara lain gak selain kamu pakek komutatif untuk angkanya?
S1: ini bisa pakek angka lain pak selain ini (sambal menunjuk angkanya)
R: Coba kamu selesaikan selain menggunakan sifat komutatif tadi
S1: (siswa mengulang mengerjakan menggunakan bilangan yang lain) (siswa memikirkan hasil dulu baru ...)
S1: kecuali ini tidak bisa pakai sifat komutatif pak, karena sifat komutatif hanya untuk perkalian dan penjumlahan
R: ini mengerjakan dari mana? (soal ketiga)
S1: ruas kanan dulu pak, angka 3 dari depannya dari depannya pak, $15 : 3$,
R: trus angka 0,6 dapat dari mana?

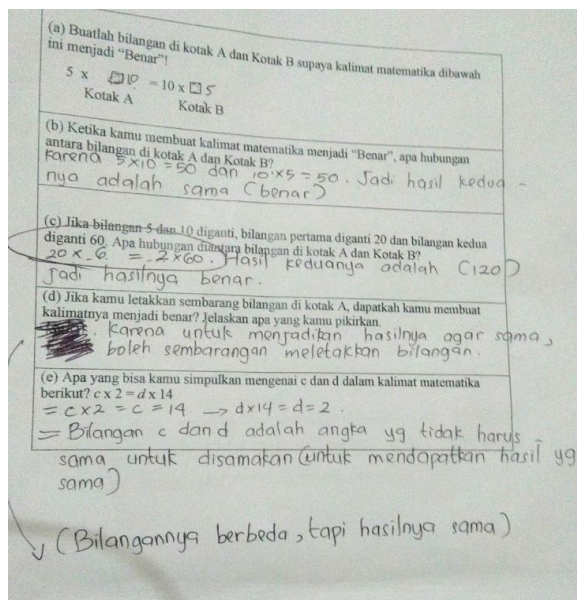
S1: dari 15 dibagi 3 kan 5, hasilnya untuk mendapatkan 0,6 itu ya 3 dibagi 5 pak,
R: bagaimana dengan ini ($c : 8 = d : 24$) ? jelaskan penyelesaianmu?
S1: itu 32 dari coba-coba, berapa yang bisa dibagi 8 sama dengan 4 trus berapa dibagi 24 hasilnya 4,
R: dari mana itu angka yang kamu pilih untuk d nya?
S1: dari 24×4 kan supaya ketika dibagi 24 hasilnya 4 jadi hasilnya 96 itu pak

Subjek Kedua

Subjek kedua (S2) telah sempurna mengalami berpikir relasional berdasarkan tahapan berpikir relasional Stepens & wang (2008) dan berada pada tahap *Established Relational Thinking* yaitu proses berpikir S2 dalam menentukan secara spesifik hubungan antara bilangan, menentukan bilangan yang tepat dalam persamaan, menjelaskan secara lengkap mengenai bilangan yang digunakan, dapat mendeskripsikan bagaimana bilangan tersebut dapat digunakan, menjelaskan secara spesifik keterkaitan hubungan bilangan, dan dapat menggeneralisasikannya. Hal tersebut dapat ditelusuri dari hasil tes siswa pada gambar 3, dan 4.



Gambar 3. hasil tes S2 pada mathematical problem 1



Gambar 4. hasil tes S2 pada mathematical problem 2

Dari hasil wawancara juga demikian menunjukkan bahwa S2 mampu menentukan hubungan antara angka-angka dalam Kotak A dan angka-angka dalam Kotak B dengan referensi yang jelas ke angka-angka, termasuk besarnya dan arah perbedaan di antara

mereka. S2 juga menggunakan bentuk kata-kata yang sama digunakan untuk menggambarkan hubungan ini sebagai bagian dari kondisi yang menggambarkan bagaimana angka apa pun dapat digunakan dalam Kotak A dan masih membuat kalimat yang benar. S2 juga mampu menjelaskan bagaimana c dan d terkait agar kalimat itu benar, memperlakukan c dan d sebagai angka umum. Cuplikan hasil wawancara dengan S2 dapat diamati pada dialog berikut.

R: Pernah menjumpai soal seperti ini?

S2: belum pernah pak,

R: bagaimana kamu menyelesaikan soal ini?

S2: harus sama hasilnya

R: menentukan dari mana dulu kamu?

S2: dari kotak A dulu

R: menentukan angka 4 ini dari mana?

S2: saya pilih saja angka 4

R: bisa kah kamu kerjakan pakai angka yang lain?

S2: yang kotak A bisa 6 kotak B 4

R: bisa bekerja dari ruas yang lain?

S2: (emmm ...) bisa saja pak

R: coba kamu kerjakan

R: ini mengerjakan dari mana? Kenapa memilih angka 10 dan 5

S2: memilih angka yang didepannya pak, ditukar aja pak,

R: yang $20 \times 6 = 2 \times 60$ dapat dari mana?
S2: saya ambil angka depannya saja pak, saya pindah ke belakang saja nol nya.
R: yang ketiga mengenai pembagian yang ini kamu ceritakan?
S2: saya 3 dibagi 1 dan 15 dibagi 5
R: bisa kamu selesaikan dengan bilangan yang lain?
S2: 3 dibagi 3 dan 15 dibagi 15 pak biar hasilnya sama
R: selain itu bisa menemukan cara yang lain?
S2: yang ini 3 dibagi 1,5 dan 15 dibagi 7,5
R: bagaimana kamu mendapatkan angka decimal itu?
S2: saya bagi 2 semua pak, supaya hasilnya sama-sama 2
R: untuk $c : 8 = d : 24$ bagaimana kamu menyelesaikan?
S2: saya memikirkan hasilnya dulu pak supaya sama jadi saya pilih $24 : 8$ sehingga cari angka 72 supaya dibagi 24 hasilnya 3

PEMBAHASAN DAN SIMPULAN

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi fleksibilitas siswa kelas 7 dalam berpikir relasional. Penelitian dilakukan dengan memberikan tes kepada 45 siswa kelas 7 di SMPIT Permata kota Probolinggo, Jawa timur, Indonesia kemudian memilih siswa yang memiliki jawaban benar dan

mengklasifikasi jawaban siswa yang berbeda. Setelah diberikan tes tersebut diperoleh 5 siswa menjawab dengan benar. Jawaban 5 siswa tersebut di analisis dengan menggunakan tahapan berpikir relasional (Stephens & Wang, 2008) dan fleksibilitas siswa dalam menyelesaikan soal berdasarkan hasil tes dan wawancara untuk 2 siswa yang masuk kategori established relational thinking. Dari hasil analisis, diperoleh fleksibilitas yang dilakukan oleh siswa kelas 7 dalam berpikir relasional bahwa dalam perhitungan yang fleksibel daripada pilihan strategi umum yang dapat diidentifikasi dengan mempartisi, mentransformasikan, mengganti, memesan ulang, atau menguraikan angka serta menggunakan sifat komutatif operasi bilangan.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa kelas 7 mampu berpikir relasional secara fleksibelitas. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Carpenter et al., 2005; Irwin & Britt, 2005; Mason & Stephens, 2006; Stephens & Ribeiro, 2012) yang menyatakan bahwa siswa mampu berpikir Fleksibilitas yang merupakan komponen penting dari berpikir relasional. Proses-proses ini melibatkan pemahaman kesamaan (yaitu, bahwa dua angka atau ekspresi adalah

setara ketika mereka mewakili kuantitas yang sama), serta konsep substitusi (yaitu, bahwa angka, atau ekspresi, dapat diganti untuk yang lain karena keduanya setara; Heirdsfield, 2011; Jones et al., 2012).

Fleksibel dengan angka didefinisikan sebagai memilih atau menghasilkan strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah yang diberikan, dan menerapkan pengetahuan tentang angka dan sifatnya dengan cara yang berbeda tergantung pada konteksnya (Proulx, 2013; Star & Newton, 2009; Threlfall, 2002).

Dari hasil tes dan wawancara telah disimpulkan bahwa siswa yang berada pada tahap established relational thinking akan mampu melakukan strategi berpikir secara fleksibel. Siswa mampu menggunakan, memilih atau menghasilkan strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah yang diberikan, dan menerapkan pengetahuan tentang angka dan sifatnya dengan cara yang berbeda.

DAFTAR RUJUKAN:

Britt, M., & Irwin, K. (2011). Algebraic thinking with and without algebraic representation: A pathway for learning. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 137-160). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

- Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L., & Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 53-59.
- Empson, S. B., Levi, L., & Carpenter, T. P. (2011). The algebraic nature of fractions: Developing relational thinking in elementary school. In J. Cai, & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp.409-426). New York, NY: Springer.
- Fuson, Karen C. 1984. More Complexities in Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education* 15 (May): 214-25
- Irwin, K. C., & Britt, M. S. (2005). The algebraic nature of students' numerical manipulation in the New Zealand Numeracy Project. *Educational Studies in Mathematics*, 58(2), 169-188.
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258-288.
- Jones, I., Inglis, M., Gilmore, C., & Dowens, M. (2012). Substitution and sameness: Two components of a relational conception of the equals sign. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113(1), 166-176.
- Kindrat, Alexandra N. (2018). Enhancing Seventh-Graders' Relational Thinking Through Mental Mathematics. *A Thesis in the Department of Education Concordia University*.

- Molina, M., & Ambrose, R. (2006). What is that equal sign doing in the middle? Fostering relational thinking while negotiating the meaning of the equal sign. *Teaching Children Mathematics*, 13(2), 111-117.
- Molina, M., Castro, E., & Mason, J. (2008). Elementary students' approaches to solving true/false number sentences. *Revista de Investigacion en Didactica de la Matematica PNA*, 2(2), 75-86.
- Proulx, J. (2013). Mental mathematics, emergence of strategies, and the enactivist theory of cognition. *Educational Studies in Mathematics*, 84(3), 309-328.
- Selter, et.al., 2012. "Taking Away and Determining the Difference—A Longitudinal Perspective on Two Models of Subtraction and the Inverse Relation to Addition." *Educational Studies in Mathematics* 79 (3): 389–408
- Star, J., & Newton, K. J. (2009). The nature and development of experts' strategy flexibility for solving equations. *ZDM*, 41(5), 557-567.
- Stephens, A. C. (2006). Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(3), 249-278.
- Stephens, M., & Ribeiro, A. (2012). Working towards algebra: The importance of relational thinking. *Revista Latinoamericano de Investigacion en Matematica Educativa*, 15(3), 373-402.
- Stephens, M., & Wang, X. (2008). Investigating some junctures in relational thinking: a study of year 6 and year 7 students from Australia and China. *Journal of Mathematics Education*, 1(1), 28-39.
- Threlfall, J. (2002). Flexible mental calculation. *Educational Studies in Mathematics*, 50, 29-47.