Jurnal Kajian Matematika dan Aplikasinya
VOLUME 3 NOMOR 2, July 2022
e-ISSN: 2722-7650. http://journal2.um.ac.id/index.php/jkma

PENGGUNAAN METODE SIMULASI *QUASI MONTE CARLO* DENGAN BARISAN *QUASI* ACAK *VAN DER COURPUT* DALAM MENENTUKAN HARGA OPSI EROPA

Lita Wulandari Aeli[1,*], Dodi Devianto[2], Hazmira Yozza [2]
[1] Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang
[2] Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas

Email : lita.wulandariaeli.fmipa@um.ac.id (*L.W. Aeli*), ddevianto@yahoo.com (*D. Devianto*), hyozza@gmail.com (*H. Yozza*)
*****Corresponding Author

Abstract
An option is a right by a person or institution to sell or buy an investment instrument at a certain price for a certain period. The point of view for way an option is exercised, there are two types of options known today, namely European options and American options. European options are characterized by option contracts that can only be exercised at the expiration date of the option. American options are indicated by option contracts that can be exercised at any time within the validity of the option contract. There are several methods that can be used in determining option prices, including the Black Scholes method which can be used to calculate the standard price of options. Monte Carlo simulation is a method that gives all possible values of a variable using the average as an estimator of its exact value. Quasi Monte Carlo simulation is an alternative to Monte Carlo simulation which uses quasi-random sequences instead of random numbers. In this article, the quasi-random sequence used is Van der Courput. Calculate option prices with Monte Carlo simulation and Quasi Monte Carlo simulation using MATLAB.

Keywords*: Option, Black Scholes Methods, Quasi Monte Carlo Simulation, Van der Courput Sequence*

Submitted: 23 March 2022; Revised: 30 April 2022; Accepted Publication: 17 May 2022;
Published Online: July 2022
DOI: 10.17977/um055v3i2p33-40

PENDAHULUAN

Opsi merupakan hak yang dimiliki oleh seseorang atau lembaga untuk menjual atau membeli sebuah instrumen investasi pada harga tertentu untuk suatu periode tertentu. Banyak instrumen investasi yang mendasari opsi, diantaranya dapat berupa saham, obligasi, properti, valuta asing, dan reksadana. Hak untuk membeli instrumen investasi disebut dengan opsi *call* (*call option*) dan hak untuk menjual instrumen investasi dikenal dengan opsi *put* (*put option*). Harga pembelian dan harga penjualan dari instrumen investasi pada waktu jatuh tempo dikenal dengan harga pelaksanaan.

Dilihat dari cara pelaksanaan sebuah opsi, maka terdapat dua tipe yang dikenal saat ini yaitu opsi Eropa dan opsi Amerika. Opsi Eropa ditandai dengan kontrak opsi yang hanya bisa dilaksanakan pada saat tanggal jatuh tempo masa berlakunya opsi tersebut. Opsi Amerika ditandai dengan kontrak opsi yang bisa dilaksanakan kapan saja di dalam masa berlakunya kontrak opsi.

Harga opsi merupakan harga yang harus dibayarkan oleh pemegang opsi (*holder*) kepada penjual opsi (*writer)* untuk memperoleh hak dari opsi tersebut. Terdapat beberapa faktor yang dapat mempengaruhi harga opsi. Faktor-faktor tersebut adalah sebagai berikut: (1) Harga *underlying assets (S)*. Harga opsi akan berubah jika harga aset yang dijadikan patokan opsi juga berubah. Jika harga aset yang dijadikan patokan naik dan faktor lain dianggap tetap, maka harga opsi *call* akan meningkat karena nilai intrinsik opsi bertambah. Sebaliknya hal itu akan membuat harga opsi *put* menurun. (2) Waktu jatuh tempo atau *Expiration Date* (T). Semakin lama waktu jatuh tempo sebuah opsi dilaksanakan mengakibatkan semakin tingginya harga opsi tersebut. Hal ini dikarenakan jika waktu jatuh tempo sebuah opsi relatif pendek, maka akan sedikit waktu yang tersedia bagi investor untuk berspekulasi terhadap kenaikan atau penurunan harga saham. (3) Harga pelaksanaan. Nilai dari harga pelaksanaan ini akan selalu tetap selama periode opsi. Saham merupakan bagian dari aset. Kebanyakan saham yang diperdagangkan di bursa efek biasanya juga disertai dengan produk opsi pada tingkat harga pelaksanaan yang berbeda-beda. Itu sebabnya investor diberikan banyak alternatif baru untuk menginvestasikan modalnya. Karena harga pelaksanaan terjadi pada waktu T, maka nilai dari harga pelaksanaan akan mempengaruhi harga opsi *call* dan opsi *put* yang ada.Semakin tinggi harga pelaksanaan suatu opsi *call* akan menyebabkan semakin kecil kemungkinan opsi tersebut memberikan keuntungan yang besar. Hal ini menyebabkan menurunnya harga opsi *call.* Dengan demikian terdapat hubungan negatif antara harga pelaksanaan dengan harga opsi *call.*Sebaliknya, harga pelaksanaan yang semakin tinggi akan menyebabkan semakin besar kemungkinan opsi *put* memberikan keuntungan. Hal ini menyebabkan harga opsi *put* semakin meningkat. Dengan demikian ada hubungan positif antara harga pelaksanaan dengan opsi *put.* (4) Volatilitas (σ). Jika semua faktor lain dianggap tetap, semakin besar volatilitas yang diharapkan maka harga opsi *call* dan *put* juga semakin tinggi. Hal ini dikarenakan semakin besar volatilitas maka akan semakin besar peluang bahwa harga aset akan mengalami perubahan. Volatilitas yang tinggi dapat menunjukkan adanya perubahan tren karena banyaknya jual/beli dipasar yang dapat menimbulkan perubahan harga yang tajam. (5). Tingkat suku bunga bebas risiko (r). Jika tingkat suku bunga bebas risiko meningkat maka harga saham juga akan mengalami kenaikan, sehingga pada tingkat suku bunga bebas risiko yang tinggi, investor akan semakin tertarik untuk membeli opsi *call* dibanding membeli saham dan hal ini akan menyebabkan harga opsi *call* naik. Sehingga dapat dikatakan hubunganya searah antara harga suku bunga bebas risiko dengan harga opsi *call.* Sebaliknya, pada opsi *put*, ketika suku bunga bebas risiko meningkat yang mengakibatkan harga saham mengalami kenaikan, sehingga investor kurang tertarik dalam penjualan opsi *put*, yang mengakibatkan hubungan antara suku bunga bebas risiko berbanding terbalik dengan harga opsi *put.* (Hartono, 2015)

Dari penjelasan tersebut, dapat disimpulkan hubungan dari masing-masing faktor tersebut terhadap harga opsi *call* dan opsi *put* sebagaimana terdapat pada Tabel 1.

Tabel 1. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Harga Opsi

Jenis Faktor	**Pengaruh terhadap harga**	
	Harga opsi *call*	**Harga opsi *put***
Harga aset meningkat	Meningkat	Menurun
Waktu jatuh tempo semakin lama	Meningkat	Meningkat
Harga pelaksanaan meningkat	Menurun	Meningkat
Volatilitas harga meningkat	Meningkat	Meningkat
Tingkat suku bunga bebas risiko semakin meningkat	Meningkat	Menurun

Ada beberapa metode yang dapat digunakan dalam menentukan harga opsi, diantaranya dengan metode *Black Scholes*. Metode *Black Scholes* dapat digunakan untuk menghitung harga standar dari opsi. Asumsi yang mendasari metode *Black Scholes* adalah harga saham mengikuti distribusi *lognormal*, tidak ada biaya transaksi atau pajak, tidak ada pembayaran dividen selama masa hidup opsi, tidak ada peluang arbitrasi tanpa risiko, dan suku bunga bebas risiko jangka pendek (r) konstan. (Capinski, 2004).

Seiring dengan semakin kompleksnya data di pasar modal maka metode yang digunakan untuk menentukan harga opsi juga semakin berkembang, salah satunya dengan menggunakan simulasi *Monte Carlo*. Simulasi *Monte Carlo* merupakan metode yang memberikan segala kemungkinan nilai dari suatu peubah yang menggunakan rata-rata sebagai penaksir nilai eksaknya. Menurut Paskov, *error* perkiraan harga opsi yang dihasilkan dengan menggunakan metode *Monte Carlo* masih cukup besar sehingga perlu adanya pengembangan lebih lanjut agar menghasilkan nilai dengan akurasi yang lebih tinggi, untuk itu dikembangkan metode perhitungan harga opsi simulasi *Quasi Monte Carlo.* (Placeholder1) (Paskov & Traub, 1995).

Simulasi *Quasi Monte Carlo* merupakan alternatif dari simulasi *Monte Carlo* yang menggunakan barisan *quasi* acak sebagai pengganti dari bilangan acak. Keuntungan dari simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan barisan *quasi* acak ini pada umumnya adalah mampu memberikan pendekatan yang lebih akurat dibandingkan dengan metode *Monte Carlo.* (Paskov & Traub, 1995).

Barisan *quasi* acak terbagi atas empat bagian yaitu barisan *quasi* acak *Van der Corput, Faure, Halton* dan *Sobol.* Pada penelitian ini akan dibahas tentang penggunaan metode *Quasi Monte Carlo* dengan menggunakan salah satu barisan *quasi* acak yaitu *Van der Corput* karena merupakan barisan yang paling sederhana pada barisan *quasi* acak dan melakukan perbandingan terhadap metode simulasi *Monte Carlo* terhadap harga penutupan saham harian **Apple Inc.** untuk periode 20 Januari 2016 sampai dengan 20 Januari 2017 yang diakses melalui http://www.yahoofinance.com.

METODE

Penentuan harga opsi Eropa menggunakan simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan barisan *quasi* acak *Van der Corput* dengan langkah sebagai berikut:

1) Mempersiapkan data harga penutupan saham harian yang akan digunakan.
2) Menggunakan barisan quasi acak Q_b yang terdistribusi seragam untuk menduga fungsi f sebagai rataan dari fungsi yang dievaluasi pada sehimpunan titik-titik $Q_{b1}, \dots, Q_{bn_n}$, dimana b merupakan basis dalam barisan *Van der Corput* dan n merupakan banyaknya barisan.
3) Mensimulasikan harga saham dengan bantuan komputer untuk mendapatkan nilai *S*, dengan simulasi *quasi Monte Carlo* dengan barisan *quasi* acak *Van der Corput.* Program yang digunakan untuk mensimulasikan harga saham itu adalah program Matlab R2016a.
4) Menghitung nilai *pay-off* dari opsi *call.*
5) Menaksir harga opsi *call* dengan merata-ratakan *pay-off* dari opsi *call.*
6) Menghitung nilai *pay-off* dari opsi *put.*
7) Menaksir harga opsi *put* dengan merata-ratakan *pay-off* dari opsi *put.*
8) Menghitung *error* dari simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan barisan *quasi* acak *Van der Corput* dengan M simulasi

Langkah selanjutnya akan dibandingkan hasil harga opsi *call* dan opsi *put* tipe Eropa antara Black Scholes dan simulasi *Quasi Monte Carlo dengan barisan quasi acak Van der Corput* serta melihat bagaimana harga opsi *call* dan opsi *put* pada simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan barisan *quasi* acak *Van der Corput* jika dibandingkan dengan harga opsi sebenarnya (harga opsi di pasar).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dan pembahasan mengkaji dan membandingkan harga opsi saham tipe Eropa pada model *Black Scholes* dan simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan barisan *quasi acak Van der Courput*. Data yang digunakan merupakan data harga penutupan saham harian Apple Inc. periode 20 Januari 2016 s.d 20 Januari 2017.

Penggunaan Model *Black Scholes* dalam Menentuka Harga Opsi Eropa

Beberapa asumsi yang mendasari pemodelan *Black Scholes* yaitu: harga saham mengikuti distribusi *lognormal*, tidak ada biaya transaksi atau pajak, tidak ada pembagian dividen selama masa hidup opsi, tidak ada peluang arbitrasi (jaminan keuntungan) yang tanpa risiko, perdagangan saham bersifat kontinu, dan suku bunga bebas risiko jangka pendek r, konstan.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam mencari nilai volatilitas return saham yaitu:

1. Mendata seluruh haga penutupan saham selama transaksi $(S_1, S_2, S_3, ..., S_n)$ dengan n adalah banyaknya hari perdagangan saham. Dalam penelitian ini $n = 254$.
2. Menentukan Menentukan *natural* sampel *return* hari ke-t hingga $t+1$, dengan rumusan $R_t = \frac{S_{t+1}}{S_t}, t = 1,2,3, \dots, n-1$
3. Menghitung *log natural* sampel *return* hari ke-t hingga $t+1$, dengan rumusan $\hat{R}_t = \ln R_t = \ln\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right)$.

Hasil dari ketiga langkah berikut dinyatakan dalam Tabel 2.

Tabel 2. Harga Penutupan Saham Harian Apple Inc. Periode 20 Januari 2016 s.d 20 Januari 2017

No	Date	Close	R_t	$\widehat{R_t}$
1	Jan 20, 2016	95.1	1.02060988	0.02040037
2	Jan 21, 2016	97.06	1.01617556	0.01604613
3	Jan 22, 2016	98.63	1.02930143	0.02888035
4	Jan 25, 2016	101.52	0.98433806	-0.0157859
5	Jan 26, 2016	99.93	0.96107275	-0.0397052
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
253	Jan 19, 2017	119.4	1.00879397	0.00875553
254	Jan 20, 2017	120.45	0	

4. Menghitung *mean* (rata-rata) dari *log natural* sampel *return* harian, dengan $\overline{\hat{R}_t} = \frac{\sum_{t=1}^{n} \hat{R}_t}{n} = \frac{0,23630576}{254} = 0,000930338$
5. Menghitung variansi dari *log natural* sampel *return* $$Var(\hat{R}_t) = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{R}_t - \overline{\hat{R}_t}\right)^2}{n-1} = \frac{0,052771768}{253} = 0,000208584$$
6. Menghitung volatilitas return saham (σ), Karena yang digunakan adalah data harian, maka banyaknya perdagangan harus dinyatakan dalam tahunan sehingga $y = \frac{1}{n} tahun$, dengan n adalah banyak hari perdagangan saham dalam satu tahun.
$$\sigma^2 = \frac{1}{y}\left[\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{R}_t - \overline{\hat{R}_t}\right)^2}{n-1}\right] = n\left[\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{R}_t - \overline{\hat{R}_t}\right)^2}{n-1}\right]$$
$$\sigma = \sqrt{n\left[\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{R}_t - \overline{\hat{R}_t}\right)^2}{n-1}\right]} = \sqrt{n\,Var(\hat{R}_t)} = \sqrt{254x0,000208584} = 0.230174612$$

Setelah dilakukan perhitungan volatilitas, selanjutnya akan dilakukan perhitungan harga opsi dengan model *Black Scholes* dengan pemilihan harga pelaksanaan (K): 100, 105, 110, 115, 120,125, dan 130. Setelah mengetahui semua variabel yang dibutuhkan, maka selanjutnya dapat dihitung nilai dari d_1 dan d_2, dan kemudian dapat dapat dilakukan perhitungan harga opsi *call* dan opsi *put* dengan metode *Black Scholes*. Akan digunakan harga pelaksanaan $(K) = 115$ dalam proses pengerjaan rumusan ini.

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{K}\right)+\left(r+\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln\left(\frac{120,45}{115}\right)+\left(0,0075+\frac{1}{2}0,230174612^2\right)0,076712329}{0,230174612\sqrt{0,076712329}} = 0.76719, \text{ dan}$$

$$d2 = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{K}\right)+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln\left(\frac{120,45}{115}\right)+\left(0,0075-\frac{1}{2}0,230174612^2\right)0,076712329}{0230174612\sqrt{0,076712329}} = 0,70344.$$

Selanjutnya dapat dihitung nilai $(d_1), N(d_2), N(-d_1),$ dan $N(-d_2)$ sebagaimana nilai tesebut merupakan fungsi distribusi normal kumulatif, yaitu:
$N(d_1) = N(0,76719) = 0,77852$
$N(d_2) = N(0,70344) = 0,75911$
$N(-d_1) = N(-0,76719) = 0,22148$
$N(-d_2) = N(-0,70344) = 0,24089$
Harga opsi *call* tipe Eropa dengan menggunakan persamaan *Black Schole*, dapat dihitung dengan:
$C = S(0)N(d1) - Ke^{-rT}N(d2)$
$C = (120,45)(0.77852) - (115.00)e^{-0,0075(0,076712329)}0,75911$
$C = 6,525$
Harga opsi *put* tipe Eropa dengan menggunakan persamaan *Black Schole*, dapat dihitung dengan:
$P = Ke^{-rT}N(-d2) - S(0)N(-d1)$
$P = (115)e^{-0,0075(0,076712329)}(0,24089) - (120,45)(0,22148)$
$P = 1,009$

Harga opsi *call* dan opsi *put* untuk seluruh pilihan harga pelaksanaan dapat dilihat dalam Tabel 3 dan 4 di bawah ini.

Tabel 3. Data Harga Opsi *Call* pada Metode *Black Scholes*

No	Harga Saham Awal	Harga Pelaksanaan	Harga Opsi *Call* dengan Model *Black Scholes*	Harga Opsi *Call* di Pasar	*Error*
1	120,45	100	20,51096005	19,87	0,6409601
2	120,45	105	15,54934763	14,94	0,6093476
3	120,45	110	10,76344642	10,2	0,5634464
4	120,45	115	6,524922948	5,85	0,6749229
5	120,45	120	3,322821755	2,65	0,6728218
6	120,45	125	1,378463428	0,87	0,5084634
7	120,45	130	0,458575942	0,19	0,2685759

Tabel 4. Data Harga Opsi *Put* pada Metode *Black Scholes*

No	Harga Saham Awal	Harga Pelaksanaan	Harga Opsi *Put* dengan Model *Black Scholes*	Harga Opsi *Put* di Pasar	*Error*
1	120,45	100	0,003442356	0,13	0,1265576
2	120,45	105	0,038954051	0,25	0,2110459
3	120,45	110	0,25017695	0,54	0,289823
4	120,45	115	1,008777594	1,37	0,3612224
5	120,45	120	2,803800517	3,3	0,4961995

6	120,45	125	5,856566305	6,67	0,8134337
7	120,45	130	9,933802934	11	1,0661971

Simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan Barisan *Quasi* Acak *Van der Corput*

Sebelum memasuki pembahasan ke *Quasi Monte Carlo,* akan dikenalkan permulaan mengenai Metode simulasi *Monte Carlo,* yang pada dasarnya adalah suatu prosedur numerik untuk menaksir nilai harapan dari peubah acak, dan dengan menaksir dirinya sendiri untuk menentukan nilai harapan. Prosedur simulasi menggunakan pembangkit bilangan acak dengan memberikan kepadatan probabilitas dan menggunakan hukum bilangan besar untuk mendapatkan rata-rata dari nilainya sebagai penaksir dari nilai harapan peubah acak.

Langkah-langkah yang dapat dilakukan dalam simulasi *Monte Carlo* yaitu mengumpulkan data harga penutupan saham perusahaan, membangkitkan bilangan acak Z yang berdistribusi normal baku, $Z \sim N(0,1)$, menentukan dan menghitung nilai yang dibutuhkan dalam perhitungan saham seperti harga saham awal $(S(0))$, harga pelaksanaan (K), waktu jatuh tempo (T) , volatilitas saham (σ), dan tingkat suku bunga bebas risiko (r) dan penggunaan nilai bilangan acak Z untuk menentukan harga saham dengan persamaan $S(T) = S(0)e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+Z\sigma\sqrt{T}}$.

Harga opsi *call* Eropa (C)pada saat jatuh tempo dihung dengan $C = e^{-rT} maks\ (S(T) - K, 0)$ dan harga opsi *put* Eropa (P) pada saat jatuh tempo dapat dihitung dengan $P = e^{-rT} maks\ (K - S(T), 0$.

Simulasi dilakukan berdasarkan banyak pembangkitan bilangan acak yang berdistribusi normal baku $Z \sim N(0,1)$ dilakukan dengan menggunakan perintah rand(1, n) pada Matlab. Perbedaan mendasar antara metode simulasi *Monte Carlo* dengan metode simulasi *Quasi Monte Carlo* terletak pada barisan bilangan yang digunakan. Jika simulasi *Monte Carlo* menggunakan bilangan acak yang berdistribusi normal baku, beda hal nya dengan simulasi *Quasi Monte Carlo* yang menggunakan barisan *quasi* acak sebagai pengganti dari bilangan acak.

Barisan *quasi* acak *Van der Corput* adalah barisan dengan satu dimensi yang paling sederhana pada barisan *low discrepancy* (barisan dengan perbedaan rendah). Untuk memperoleh nilai-nilai pada suku barisan *Van der Corput* dapat dilakukan langkah awal dengan menghitung nilai n sebagai berikut: $n = \sum_{i=0}^{I} a_i(n)b^i$, dimana n adalah suku barisan ke $1,2, \dots, N$, $a_i(n)$ merupakan suatu koefisien pada barisan yang bernilai non negatif untuk memenuhi nilai n dan b adalah basis yang merupakan bilangan prima. Ada berhingga bilangan dari $a_i(n)$ yang akan bernilai nol dan tak nol. I adalah bilangan bulat terkecil dari nilai $\frac{\ln(n)}{\ln(b)}$,$n = 1,2,3, \dots, N$. Fungsi ψ_b akan memetakan setiap titik n ke sebuah titik pada $[0,1)$ dengan transformasi sebagai berikut $\psi_b(n) = \sum_{i=0}^{I} \frac{a_i(n)}{b^{i+1}}$. Sehingga, barisan *quasi* acak *Van der Corput* dapat dinyatakan dengan: $\left(\psi_b(n)\right) = \{\psi_b(1), \psi_b(2), \psi_b(3), \dots, \psi_b(N)\}$.

Penentuan harga saham hingga harga opsi *call* dan opsi *put* pada simulasi *Quasi Monte Carlo* menggunakan barisan *quasi* acak *Van Der Corput* pengganti bilangan acak pada pemodelan simulasi *Monte Carlo*, sehingga untuk selanjutnya perhitungan harga opsi Eropa pada simulasi *Quasi Monte Carlo* menggunakan barisan *quasi* acak *Van der Corput* dapat dinyatakan sebagai $Q \sim N(0,1)$.

Dimisalkan M adalah banyaknya simulasi yang dilakukan dalam pemrograman, dan S_{bi} adalah nilai saham yang terkandung dalam barisan *quasi acak Van Der Corput* dengan basis b, maka akan diperoleh nilai dari $\bar{S}$ dan $S_{b1}(T), S_{b2}(T), \dots, S_{bM}(T)$ yang dapat dituliskan sebagai: $\bar{S}_b = \frac{S_{b1}(T)+S_{b2}(T)+\cdots+S_{bM}(T)}{M} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} S_{bi}(T)$ dengan $S_{bi}(T)$ adalah harga penutupan saham ke-i dengan basis b.

Perhitungan harga opsi dan error pada simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan barisan *quasi* acak *Van der Courput* dengan masing-masing harga simulasi yang ditentukan yaitu 10, 100, 1.000, 10.000, dan 100.000 diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5. Harga Opsi *Call* pada Simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan Barisan *Quasi* Acak *Van der Corput* yang Diperoleh dari Berbagai Harga Pelaksanaan dan Banyak Simulasi (Harga dalam Dollar)

Harga Kesepakatan (K)	**Harga Opsi *Call* pada Simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan Barisan *Quasi* Acak *Van der Corput* yang Diperoleh dari Berbagai Simulasi**				
	M=10	**M=100**	**M=1000**	**M=10000**	**M=100000**
100	23,3354	24,0657	24,1642	24,1753	24,1771
105	18,3382	19,0686	19,1671	19,1782	19,1800
110	13,3411	14,0715	14,1700	14,1811	14,1829
115	8,3440	9,0743	9,1729	9,1840	9,1858
120	3,3469	4,0772	4,1757	4,1868	4,1886
125	0,2906	0,5086	0,6218	0,6274	0,6281
130	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabel 6. *Error* Opsi *Call* pada Simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan Barisan *Quasi* Acak *Van der Corput* yang Diperoleh dari Berbagai Harga Pelaksanaan dan Banyak Simulasi (Harga dalam Dollar)

Harga Pelaksanaan (K)	***Error* Opsi *Call* pada Simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan Barisan *Quasi* Acak *Van der Corput* yang Diperoleh dari Banyak Simulasi**				
	M=10	**M=100**	**M=1000**	**M=10000**	**M=100000**
100	0,1393	0,1555	0,1053	0,0058	0,0082
105	0,1393	0,1555	0,1053	0,0058	0,0082
110	0,1393	0,1555	0,1053	0,0058	0,0082
115	0,1393	0,1555	0,1053	0,0058	0,0082
120	0,1393	0,1555	0,1053	0,0058	0,0082
125	0,0969	0,0592	0,0597	0,0063	0,0037
130	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

PENUTUP

Simulasi *Quasi Monte Carlo* menggunakan barisan *quasi* acak sebagai pengganti bilangan acak. Untuk penentuan harga opsi tipe Eropa, dapat dilakukan dengan mensubstitusi nilai Q yang merupakan barisan *Van der Corput* pada harga penutupan saham.

Berdasarkan harga pelaksanaan yang dilakukan (K) pada **Apple Inc.**, metode *Black Scholes* dan simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan barisan *quasi* acak *Van der Corput* memberikan hasil yang sama yaitu semakin tinggi nilai harga pelaksanaan akan menghasilkan harga opsi *call* yang semakin menurun dan menghasilkan harga opsi *put* yang semakin meningkat, dan begitu pula sebaliknya. Berdasarkan banyaknya simulasi (M) yang dilakukan pada simulasi *Quasi Monte Carlo* dengan barisan *quasi* acak *Van der Corput* memperlihatkan bahwa nilai *error* yang dihasilkan akan semakin menurun jika jumlah simulasi yang dilakukan semakin meningkat.

DAFTAR RUJUKAN

Bain, L. a. (1992). *Introduction to Probability and Mathematica Statistics.* California: Duxburry Press.

Capinski, M. a. (2004). *Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering.* Springer-Verlag, United States of America: Springer Undergraduate Mathematics Series.

Hartono, J. (2015). *Teori Portofolio dan Analisis Investasi.* Yogyakarta: BPFE.

Paskov, S., & Traub, J. (1995). Faster Valuation of Financial Derivatives. *Journal of Portofolio Management*, 113-120.