

## PROFIL *FOLDING BACK* SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL CERITA

Mamluatus Sa'adah<sup>1</sup>, Susiswo<sup>2</sup>, I Nengah Parta<sup>3</sup>

<sup>1</sup>SMA Al Hikmah Surabaya

<sup>2,3</sup>Jurusan Matematika Universitas Negeri Malang

Email : [mamluatus\\_saadah01@yahoo.com](mailto:mamluatus_saadah01@yahoo.com), [susiswo.fmipa@um.ac.id](mailto:susiswo.fmipa@um.ac.id), [nengah.parta.fmipa@um.ac.id](mailto:nengah.parta.fmipa@um.ac.id)

### Abstract

The purpose of this study was to analyze and describe student folding backs in solving linear program problems based on Polya's steps. This research use descriptive qualitative approach. The subjects of this study consisted of 3 subjects, namely S1, S2, and S3 indicated that they were doing folding back. The results of this study indicate that the S1 folding back occurs. S1 is a subject who has problems when defining variables but already knows the steps to work well. Folding back is done by S1 in defining variables. Folding back is also carried out by S1 to determine the point of intersection between two lines. The intercept obtained by S1 is algebraically and geometrically different. S2 is a subject that has not been able to plan completion. Folding back is carried out by S1 in defining variables and formulating constraints. S2 writes constraints in two forms, namely equations and inequalities. Folding back is also carried out by S2 in determining the coordinates of the intersection point, drawing a graphic sketch of the inequality, determining the coordinates of the extreme points, and determining the optimum value. S3 is a subject that has been able to carry out the plan but has less accuracy. This folding back is done by S3 in writing the coordinates of a point, determining the point of intersection between two lines (because it is not careful in calculations), and when drawing inequality graphs (because it does not draw a complete graphic sketch).

**Keywords:** folding back, problem

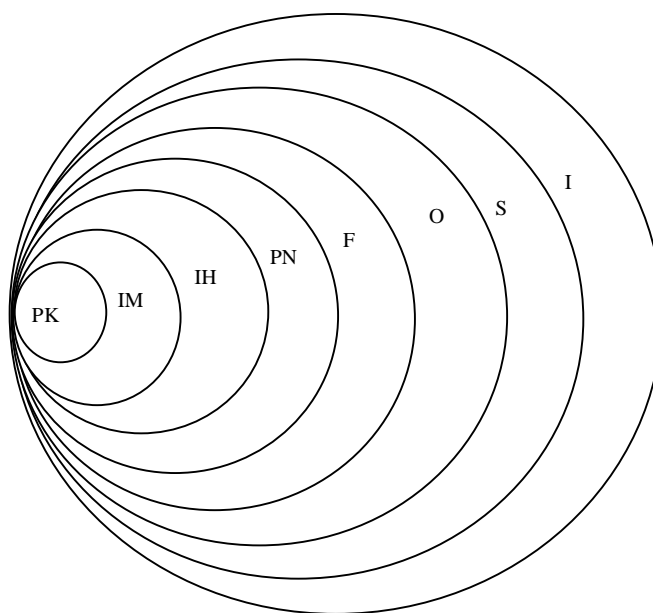
Submit : Mei 2020 , Publish: Oktober 2020

## PENDAHULUAN

Pemahaman merupakan kemampuan dasar yang harus dimiliki oleh para siswa agar mereka dapat memahami materi matematika pada jenjang pendidikan yang lebih tinggi (NCTM, 2000). Belajar dengan pemahaman penting untuk memungkinkan siswa memecahkan jenis baru dari masalah mereka pasti akan menghadapi di masa depan (NCTM, 2000). Hiebert dan Carpenter (1992) menyatakan bahwa salah satu ide yang diterima secara luas dalam pendidikan matematika adalah siswa harus memahami matematika. Pentingnya pemahaman dalam dunia pendidikan membuat beberapa ahli mencoba mendefinisikan pemahaman. Salah satunya adalah Pirie dan Kieren.

Pirie dan Kieren (1994) menyatakan bahwa pemahaman merupakan sebuah proses pertumbuhan yang utuh, berlapis tetapi tidak linear, dan tidak pernah berakhir. Pemahaman juga merupakan proses yang dinamis dan terorganisir. Siswa dalam proses menumbuhkan pemahamannya akan berada pada level tertentu dan akan terus berjalan sesuai dengan tingkatan pertumbuhan pemahamannya. Siswa yang satu dengan siswa yang lainnya dapat berada pada level pemahaman yang berbeda ketika mempelajari materi yang sama.

Pirie dan Kieren (1994) mengemukakan model pertumbuhan pemahaman mempunyai delapan level. Delapan level pertumbuhan pemahaman tersebut yaitu: *primitive knowing (PK)*, *image making (IM)*, *image having (IH)*, *property noticing (PN)*, *formalising (F)*, *observing (O)*, *structuring (S)*, dan *inventising(I)*. Model pertumbuhan pemahaman tersebut seperti gambar 2.1 berikut:



Gambar 1. Level Pertumbuhan Pemahaman matematis Model Pirie-Kieren

Piere dan Kieren (1994) menyatakan bahwa salah satu inti dari teori pertumbuhan pemahaman adalah *folding back*. Seseorang sering kembali ke level pemahaman sebelumnya untuk maju ke level pemahaman selanjutnya. Proses kembali pada level yang lebih dalam (*inner levels*) dari level tertentu di dalam teori pemahaman Pirie Kieren disebut *folding back*.

*Folding back* dapat terjadi ketika siswa dihadapkan pada sebuah masalah pada level tertentu tetapi tidak dapat dengan cepat untuk memecahkannya sehingga harus kembali pada sebuah level yang lebih dalam (*inner levels*). *Folding back* yang dikemukakan oleh Pirie dan Kieren (1994) sejalan dengan pemikiran yang diungkapkan oleh Piaget.

Penelitian yang berkaitan dengan *folding back* diantaranya dilakukan oleh: Martin dan Pirie (2000) meneliti peran *folding back* dalam pemahaman matematika. Hasil penelitiannya menyatakan bahwa siswa perlu mengingat kembali pemahaman pada beberapa lapisan yang lebih dalam (*inner layer*) sehingga dapat mengonsolidasikannya dengan lapisan yang lebih luar untuk mendapatkan pemahaman yang lebih formal dari sebelumnya. Slaten (2011) meneliti tentang keefektifan *folding back*. Hasil penelitiannya adalah refleksi yang dilakukan siswa terhadap suatu materi matematika memberikan pemahaman pada mereka dan mengakibatkan pertumbuhan pemahaman matematika semakin berkembang. Susiswo (2014) meneliti tentang *folding back* mahasiswa dalam menyelesaikan masalah limit. Hasil yang diperoleh adalah *folding back* berdasarkan jenis pengetahuan meliputi: pengetahuan konseptual, pengetahuan konseptual semu, pengetahuan prosedural, dan pengetahuan prosedural semu.

Polya (1973) mengartikan pemecahan masalah sebagai suatu usaha mencari jalan keluar dari satu kesulitan agar mencapai suatu tujuan yang tidak mudah untuk dicapai. Polya mengajukan empat langkah fase penyelesaian masalah yaitu (1) memahami masalah, (2) merencanakan penyelesaian, (3) menyelesaikan masalah, dan (4) melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dikerjakan.

Pemaparan di atas menyatakan bahwa *folding back* merupakan hal yang penting diketahui oleh guru agar pertumbuhan pemahaman yang dilalui oleh siswa sesuai dengan tujuan. Salah satu cara untuk mengetahui pertumbuhan pemahaman siswa adalah dengan diberikan soal melalui langkah Polya. Berdasarkan uraian yang dikemukakan dalam latar belakang masalah, maka pertanyaan penelitian dalam penelitian ini adalah: "Bagaimana *folding back* siswa dalam menyelesaikan masalah program Linear berdasarkan langkah Polya?"

## METODE

Penelitian ini akan mendeskripsikan *folding back* siswa dalam menyelesaikan masalah matematika menggunakan langkah Polya. *Folding back* siswa diamati dengan mencermati hasil kerja siswa dan hasil wawancara berupa ungkapan verbal. Peneliti melibatkan diri dalam wawancara untuk mengetahui *folding back* siswa, sehingga pendekatan penelitian ini merupakan penelitian kualitatif jenis deskriptif-eksploratif.

Penelitian ini dilaksanakan di SMA Al Hikmah Surabaya pada semester ganjil tahun ajaran 2016-2017. Subjek penelitian dipilih 2 orang siswa kelas XI MIA, yaitu siswa yang mempelajari materi program linier. Subjek dipilih berdasarkan hasil pengerjaan soal yang dilakukan siswa yang dilakukan pada saat studi

pendahuluan terdapat beberapa tipe pengerjaan serta rekomendasi guru pengajar dan wali kelas yaitu siswa yang lancar berkomunikasi secara verbal.

Instrumen dalam penelitian ini adalah lembar tes dan wawancara. Jawaban tes siswa diperkuat dengan wawancara dipergunakan untuk mengetahui *folding back* siswa. Teknik analisis data yang digunakan adalah melakukan reduksi data, menyajikan data, dan penarikan kesimpulan. Reduksi data adalah kegiatan menyeleksi, memfokuskan dan menyederhanakan data mentah yang telah diperoleh. Penyajian data merupakan penyusunan informasi secara naratif dan hasil reduksi data digunakan untuk penarikan kesimpulan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil

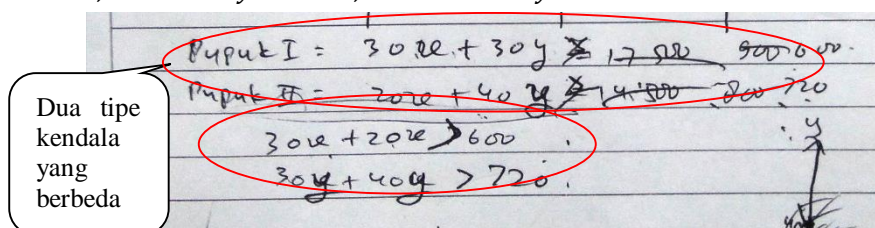
Penelitian ini dilaksanakan di SMA Al Hikmah Surabaya di kelas XI MIA 2 yang terdiri dari 23 siswa. Langkah awal adalah pemberian tes pada siswa yang dilaksanakan pada tanggal 23 September 2016. Lembar tes diberikan kepada siswa dengan waktu pengerjaan selama 30 menit. Langkah selanjutnya adalah peneliti melihat hasil dari pengerjaan siswa yang kemudian memilah dari jawaban siswa yang terindikasi mengalami *folding back*. Peneliti memperoleh beberapa tipe jawaban siswa. Tipe jawaban siswa tersebut sesuai dengan hasil penelitian pendahuluan yang telah dilakukan oleh peneliti. Pada penelitian ini terdapat 3 tipe jawaban siswa dan masing-masing tipe diambil satu siswa untuk menjadi subjek penelitian. Tipe jawaban siswa tersebut adalah jawaban tipe A, B. Jawaban tipe A adalah jawaban siswa yang mempunyai masalah pada saat mendefinisikan variabel tetapi siswa mengetahui langkah pengerjaan dengan baik. Jawaban tipe B adalah jawaban siswa yang belum dapat merencanakan penyelesaian. Langkah selanjutnya adalah peneliti melakukan wawancara dengan subjek penelitian. Wawancara dilakukan pada tanggal 3 oktober 2016.

Subjek yang pertama adalah S1 adalah subjek yang mempunyai jawaban tipe A. S1 telah memahami sistem persamaan linear dua variabel (menentukan koordinat titik potong antara dua garis). S1 juga telah dapat menggambar daerah himpunan pertidaksamaan linear dua variabel (menentukan koordinat titik potong dengan sumbu koordinat, titik potong antara dua garis, menggambar grafik). Sehingga, S1 berada pada level *primitive knowing* (PK).

S1 melihat hubungan antar informasi yang telah disediakan. S1 membuat tabel dari hubungan informasi yang dilihat. Proses S1 dapat melihat hubungan antar informasi yang disediakan adalah proses level pertumbuhan pemahaman S1 bergerak dari *primitive knowing* (PK) menuju level *image making* (IM). S1 membuat tabel sebanyak dua kali. Tabel pertama S1 coret, kemudian S1 membuat tabel yang kedua. Pada tabel pertama S1 memisalkan x adalah fosfor dan y adalah nitrogen. S1 membuat tabel dengan menuliskan x dan y secara horizontal. Kemudian S1 menyilang tabel pertama dan membuat tabel yang baru dengan menuliskan x dan y secara vertikal. Tetapi, x tetap mewakili fosfor dan y mewakili nitrogen. S1 menganggap bahwa kedua tabel yang telah S1 buat adalah berbeda, padahal variabel yang S1 tuliskan mewakili hal yang sama.

Pertumbuhan pemahaman S1 akan bergerak dari level *image making* (IM) ke *image having* (IH). S1 berusaha mengonstruksikan gambaran yang terdapat pada tabel yang telah S1 buat. S1 melihat hubungan beberapa variabel. Dari beberapa variabel tersebut maka didapatkan beberapa persamaan. Dari persamaan diperoleh beberapa kendala. S1 menuliskan kendala dari tabel yang telah S1 buat pada jawaban no.2. Tetapi S1 mempunyai masalah dalam mendefinisikan variabel sehingga S1 menuliskan dua kendala yang berbeda. Peneliti ingin mengetahui terlebih dahulu definisi dari variabel sebelum menanyakan maksud dari kendala yang telah dituliskan oleh S1.

Peneliti meminta S1 mengaitkan antara fungsi tujuan dengan variabel yang telah S1 definisikan sebelumnya. S1 menyadari bahwa variabel yang telah didefinisikan tidak ada kaitan dengan fungsi tujuan yang telah S1 tuliskan, sehingga pada saat peneliti menanyakan hal tersebut S1 menyadari kalau ada kesalahan dalam mendefinisikan variabelnya. Pada akhirnya, S1 mendefinisikan bahwa x adalah pupuk I dan y adalah pupuk II. S1 menuliskan kembali tabel dan kendala pada saat wawancara. S1 mendefinisikan variabel x adalah pupuk I dan variabel y adalah pupuk II. Sedangkan kendalanya adalah  $30x + 20y \leq 600, 30x + 40y \leq 720, x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ .



Gambar 2. Jawaban Tes S1 dalam Mendefinisikan Kendala

Peneliti melakukan wawancara untuk menggali *folding back* yang dilakukan S1. Hasil wawancaranya adalah:

P : "oh gitu. Sebelum jauh kesana, usthd mau tanya yang kamu misalkan x dan y itu siapa sih"

S1 : " fosfor sebagai x dan nitrogennya y."

P : " Kamu tadi menuliskan fungsi tujuannya  $17500x + 14500y$ . berarti menurut kamu adakah kaitan antara variabel dengan fungsi tujuan yang kamu tuliskan."

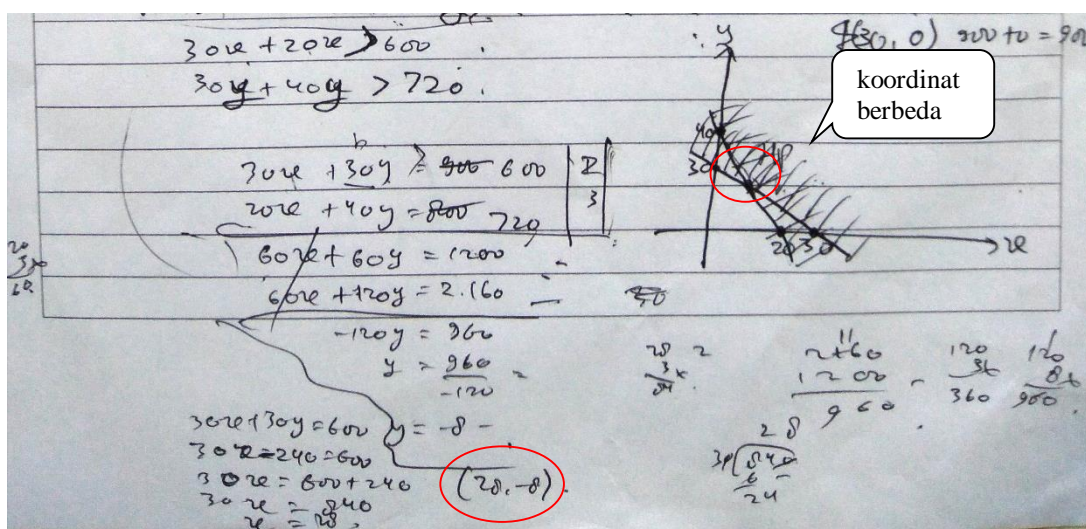
S1 : "harusnya ada"

P : " Coba kamu cermati kembali variabel dan fungsi tujuan yang sudah kamu tuliskan."

S1 : " Kalau saya benarkan nggak papa ya usthd. (sambil membaca soal kembali trus menuliskan kembali pada kertas yang lain). Ok. Jadi saya menyusun ada pergantian variabelnya. Jadi x adalah pupuk I dan y adalah pupuk II.

S1 telah dapat membuat hubungan antar informasi yang ada. S1 sudah dapat mendefinisikan variabel, menetapkan kendala dan menetapkan fungsi tujuan. Proses tersebut membuat S1 bergerak dari level pertumbuhan pemahaman *primitive knowing* (PK) ke *image having* (IH). S1 akhirnya memutuskan menggunakan kendala tipe pertama untuk melanjutkan pengerjaannya. Pada saat level pertumbuhan pemahaman S1 akan bergerak dari level *image having* karena tidak dapat membuat dugaan dari pengetahuan sebelumnya. S1 memutuskan untuk memilih kendala pertama untuk melanjutkan pengerjaannya. Sehingga, S1 mengalami *folding back* dari level *image having* (IH) ke level *property noticing* (PN).

S1 menggunakan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) untuk menentukan titik potong antara dua garis, tetapi S1 tidak dapat menggunakan SPLDV dengan baik. S1 tidak teliti dalam pengerjaannya. Sehingga, titik potong antara dua garis secara aljabar dengan koordinat titik potong antara kedua garis secara geometri (sketsa grafik) terdapat perbedaan. Jawaban S1 secara aljabar adalah (28, -8). Tetapi jawaban dengan cara geometri titiknya berada di kuadran I, artinya x dan y bernilai positif. Proses yang dilalui S1 tersebut menyebabkan S1 harus melakukan *fold back* ke level *primitive knowing* (PK).



Gambar 3. Jawaban Tes S1 No.3

Proses *folding back* ini terjadi pada level *property noticing* (PN) ke *primitive knowing* (PK). Jawaban S1 tersebut menunjukkan bahwa ia tidak memahami soal pada lembar tes, sehingga S1 menuliskan hal-hal yang ia rasakan saja dan tidak berhubungan dengan materi program linear. S1 berpendapat bahwa soal bentuk seperti ini harus sering dipelajari karena materinya menyambung. Pada saat S1 ditanya tentang kesimpulan yang dapat ia berikan pada saat belajar materi program linear, ia hanya menjawab kalau kita tekun belajar kita pasti bisa karena materinya kontinu. Hal tersebut menyatakan bahwa S1 tidak dapat naik ke level pertumbuhan pemahaman yang lebih tinggi. Lintasan *folding back* yang dialami oleh S1 adalah PK → IM → PK → IH → PK → PN.

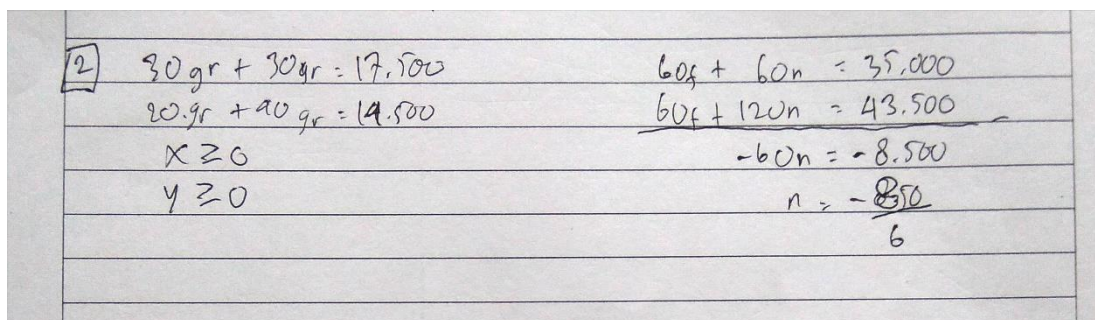
Subjek yang kedua adalah S2 dalam penelitian ini adalah siswa yang mempunyai jawaban dengan tipe B. Berikut ini akan diuraikan hasil pengerjaan siswa pada lembar tes. S2 telah memahami sistem persamaan linear dua variabel, sehingga S2 berada pada level *primitive knowing* (PK). Berikut akan diuraikan langkah yang dilakukan oleh S2 dalam pengerjaan tes.

S2 melihat hubungan antar informasi yang telah disediakan. S2 membuat tabel dari hubungan informasi yang dilihat. Proses S2 dapat melihat hubungan antar informasi yang disediakan adalah proses level pertumbuhan pemahaman S2 bergerak dari *primitive knowing* (PK) menuju level *image making* (IM). S2

menuliskan untuk 1 pemupukan = 600 gr fosfor dan 720 gr nitrogen. Sedangkan informasi yang lainnya dimasukkan dalam tabel.

S2 menjelaskan bahwa tabel yang S2 buat dengan informasi yang ada pada lembar tes terdapat kaitannya yaitu tabel berisi informasi yang terdapat pada lembar tes. S2 menyatakan bahwa setiap kali pemupukan dibutuhkan sekurang-kurangnya 600 gr fosfor dan 720 gr nitrogen, sedangkan pupuk I mengandung 30 gr fosfor dan 30 gr nitrogen serta pupuk II mengandung 20 gr fosfor dan 40 gr nitrogen. S2 juga menjelaskan bahwa harga dari pupuk I adalah Rp 17.500,- dan pupuk II harganya Rp 14.500,-.

Pertumbuhan Pemahaman S2 akan bergerak dari level *image making* (IM) ke *image having* (IH), S2 mengalami masalah. S2 berusaha mengonstruksi gambaran yang terdapat pada tabel yang telah S2 buat. S2 melihat hubungan beberapa variabel. Dari beberapa variabel tersebut maka didapatkan beberapa persamaan. Dari persamaan diperoleh beberapa kendala. S2 menuliskan kendala dalam dua bentuk yaitu: bentuk persamaan ( $30gr + 30gr = 17.500$ ,  $20gr + 40gr = 14.500$ ), dan pertidaksamaan ( $x \geq 0, y \geq 0$ ). S2 mengalami masalah pada saat ia mendefinisikan variabel. Pada kendala pertama S2 menuliskan  $30gr + 30gr = 17.500$ , sedangkan pada kendala yang lain S2 menuliskan  $x \geq 0$ . S2 belum konsisten dengan variabel yang S2 tuliskan.



Gambar 4. Jawaban Tes S2 dalam Menuliskan Kendala

Peneliti ingin mengetahui penggunaan variabel  $x$  dan  $y$  pada kendala yang ada. Peneliti menanyakan karena S2 tidak konsisten dalam penggunaan variabel. Peneliti menanyakan tentang penggunaan variabel  $x$  dan  $y$ .

Pada awalnya S2 tidak mengetahui definisi variabel  $x$  dan  $y$ . Pada saat peneliti menanyakan tentang definisi variabel  $x$  dan  $y$ , S2 menjawab S2 hanya mengingat bahwa bentuk kendala terdapat  $x$  dan  $y$ . Peneliti menanyakan kembali definisi variabel  $x$  dan  $y$  kepada S2. Pada awalnya, S2 menjawab  $x$  mewakili fosfor dan  $y$  mewakili nitrogen. Beberapa saat kemudian S2 meralat jawaban tersebut dan menyatakan kalau  $x$  mewakili pupuk I dan  $y$  mewakili pupuk II. Peneliti meminta S2 menuliskan jawabannya agar S2 konsisten dengan definisi dari variabel. Proses tersebut menggambarkan bahwa S2 bergerak dari level *primitive knowing* (PK) ke level *image having* (IH).

S2 masih belum dapat membuat hubungan antar informasi yang ada. Peneliti menanyakan hubungan antara bahan yang S2 maksudkan dengan harga pada sebuah persamaan. S2 menyatakan bahwa pada saat menuliskan kendala tersebut S2 masih salah dalam mendefinisikan variabel. S2 membuat kendala kembali setelah mendefinisikan variabel dengan tepat. Proses yang dilalui oleh S2 tersebut membuat S2 berada pada level *image having* (IH). S2 tidak dapat membuat dugaan dari pengetahuan sebelumnya. S2 tidak dapat melaksanakan rencana dengan baik, hal ini dikarenakan pada saat merencanakan penyelesaian S2 masih mengalami masalah. S2 mengalami masalah juga pada saat akan beranjak ke level *property noticing* (PN).

S2 tidak mengetahui terhadap hal yang akan dilakukannya. Pada awal wawancara S2 tidak mengetahui langkah bagaimana cara menentukan nilai optimum dari sebuah permasalahan program linear. S2 menganggap nilai optimum dari permasalahan tersebut tidak ada. Tetapi, S2 menyadari kalau nilai minimumnya ada. Pada saat peneliti menanyakan asal dari nilai minimum, S2 menyatakan bahwa S2 harus menentukan dahulu  $x$  dan  $y$  dari pertidaksamaan. Proses yang dilalui oleh S2 menggambarkan kalau S2 mengalami *folding back* dari level *image having* (IH) ke *primitive knowing* (PN).

Wawancara tersebut dapat menggambarkan bahwa S2 dapat membuat dugaan dari pengetahuan sebelumnya. S2 dapat menggambarkan bagaimana dapat menentukan koordinat titik potong. S2 juga menyatakan tentang bagaimana memperoleh titik potong antara dua garis. S2 menyatakan bahwa titik potong tersebut diperoleh dengan cara mengeliminasi dua persamaan yang ada. Proses tersebut membuat pertumbuhan pemahaman S2 bergerak dari level *primitive knowing* (PK) ke level *property noticing* (PN).

Jawaban tersebut menunjukkan bahwa S2 dapat mendefinisikan tujuan dari mempelajari materi program linear, tetapi S2 tidak dapat menjabarkan lebih terperinci. S2 menyatakan bahwa materi program

linear digunakan untuk mengetahui biaya minimum dan maksimum dari suatu masalah. Jawaban tersebut diperkuat dari wawancara. Lintasan *folding back* yang dialami oleh S2 adalah  $PK \rightarrow IM \rightarrow PK \rightarrow IH \rightarrow PK \rightarrow PN \rightarrow F$ .

## Pembahasan

S1 adalah subjek yang mempunyai masalah pada saat pertumbuhan pemahaman akan bergerak ke level *image having* (IH) dan *property noticing* (PN). Berikut ini akan dijabarkan satu persatu. S1 telah memahami sistem persamaan linear dua variabel (menentukan koordinat titik potong antara dua garis). S1 juga telah dapat menggambar daerah himpunan pertidaksamaan linear dua variabel (menentukan koordinat titik potong dengan sumbu koordinat, titik potong antara dua garis, menggambar grafik). Sehingga, S1 berada pada level *primitive knowing* (PK). Langkah selanjutnya adalah S1 membuat tabel yang berisi informasi yang terdapat pada soal (level *Image making*). S1 membuat tabel sebanyak dua kali. S1 menduga jawaban yang telah dituliskannya adalah dua hal yang berbeda.

S1 mengalami masalah dalam mendefinisikan variabel (Farida, 2015) pada saat pertumbuhan pemahaman S1 akan bergerak dari level *image making* (IM) menuju level *image having* (IH). Masalah tersebut mengakibatkan S1 juga salah dalam merumuskan kendala dan fungsi optimum. Hal ini terlihat pada saat S1 menuliskan kendala dengan dua tipe. Setelah diberi pertanyaan, S1 memeriksa kembali definisi variabel yang telah ditetapkannya. S1 mulai menyadari kesalahannya. Setelah itu, S1 melakukan *folding back* untuk dapat mendefinisikan variabel (Martin, 2008). *Folding back* terjadi dari level pertumbuhan pemahaman *image making* (IM) ke level *primitive knowing* (PK). S1 berusaha untuk mendefinisikan variabel meskipun harus mencoba beberapa kali. Pada akhirnya, S1 dapat mendefinisikan variabel, merumuskan kendala dan fungsi optimum dengan benar. Proses tersebut, menyebabkan level pertumbuhan S1 bergerak dari level *primitive knowing* (PK) ke level *image having* (IH).

S1 mengalami masalah dalam menentukan titik potong antara dua garis (Suwanti, 2016) pada saat pertumbuhan pemahaman S1 akan bergerak menuju level *property noticing* (PN). S1 mengalami masalah, karena titik potong yang telah diperoleh secara aljabar dengan geometri berbeda. S1 juga mengalami masalah dalam menentukan nilai optimum dari soal program linear. Setelah diberi pertanyaan, S1 memeriksa kembali jawaban yang dituliskannya. S1 mulai menyadari kesalahan yang dilakukannya. S1 melakukan *folding back* dari *property noticing* (PN) ke level *primitive knowing* (PK). S1 berusaha untuk mengerjakan kembali jawaban yang salah tersebut. Pada akhirnya S1 dapat mengerjakan dengan benar. Proses yang dialami membuat level pertumbuhan pemahaman S1 bergerak dari level *primitive knowing* (PK) ke level *property noticing* (PN). Level pertumbuhan pemahaman S1 dapat digambarkan sebagai berikut:

$PK \rightarrow IM \rightarrow PK \rightarrow IH \rightarrow PK \rightarrow PN$
---

Gambar 5. Level Pemahaman S1

S2 adalah subjek yang mempunyai masalah pada saat level pertumbuhan pemahaman bergerak menuju *image having* (IH) dan *property noticing* (PN). Berikut ini akan dijelaskan masalah yang dihadapi oleh S2. S2 telah memahami sistem persamaan linear dua variabel, sehingga S2 berada pada level *primitive knowing* (PK). Langkah selanjutnya adalah S2 membuat tabel yang berisi informasi yang terdapat pada soal. Proses tersebut membuat S2 berada pada level *image making* (IM).

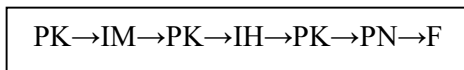
S2 mengalami masalah dalam mendefinisikan variabel (Manibuy dkk, 2014) pada saat pertumbuhan pemahaman S2 akan bergerak dari level *image making* (IM) menuju level *image having* (IH). Hal ini terlihat pada saat S2 menuliskan kendala dalam dua bentuk, yaitu bentuk persamaan dan pertidaksamaan. Pada kendala yang berbentuk persamaan S2 menuliskannya dalam bentuk gr, sedangkan kendala dalam bentuk pertidaksamaan dituliskan dalam bentuk x dan y. Setelah diberi pertanyaan, S2 memeriksa kembali definisi variabel yang telah ditetapkannya. S2 mulai menyadari kesalahannya. Setelah itu, S2 melakukan *folding back* untuk dapat mendefinisikan variabel (Martin, 2008). *Folding back* terjadi dari level pertumbuhan pemahaman *image making* (IM) ke level *primitive knowing* (PK). S2 berusaha untuk mendefinisikan variabel. Pada akhirnya, S2 dapat mendefinisikan variabel, merumuskan kendala dan fungsi optimum dengan baik. Proses tersebut, menyebabkan level pertumbuhan S2 bergerak dari level *primitive knowing* (PK) ke level *image having* (IH).

S2 mengalami masalah dalam menentukan koordinat titik potong antara dua garis, menggambar sketsa grafik pertidaksamaan, menentukan koordinat titik ekstim, serta menentukan nilai optimum. Proses tersebut terjadi pada saat pertumbuhan pemahaman S2 akan bergerak dari level *image having* (IH) menuju level *property noticing* (PN). S2 tidak mengetahui langkah dalam mengerjakan soal tersebut, sehingga S2 tidak

dapat mengerjakan soal dengan benar. Setelah diberi pertanyaan, S2 memeriksa kembali langkah pengerjaan yang telah dilakukannya. S2 mulai menyadari kesalahannya. Setelah itu, S2 melakukan *folding back* (Martin, 2008). *Folding back* terjadi dari level pertumbuhan pemahaman *image having* (IH) ke level *primitive knowing* (PK). S2 berusaha untuk mendefinisikan variabel, merumuskan kendala dan fungsi optimum dengan benar. Proses tersebut menyebabkan level pertumbuhan pemahaman S2 bergerak dari level *primitive knowing* (PK) ke level *image having* (IH).

S2 mengalami masalah dalam menentukan koordinat titik potong antara dua garis, menggambar sketsa daerah himpunan pertidaksamaan linear dua variabel, menentukan koordinat titik ekstrim, serta menentukan nilai optimum. S2 tidak mengetahui langkah dalam mengerjakan soal tersebut, sehingga S2 tidak dapat mengerjakan soal dengan benar. Masalah tersebut muncul pada saat pertumbuhan pemahaman S2 akan bergerak dari level *image having* (IH) menuju level *property noticing* (PN). Setelah diberi pertanyaan, S2 memeriksa kembali langkah pengerjaan yang telah dilakukannya. S2 mulai menyadari kesalahannya. Setelah itu, S2 melakukan *folding back* (Martin, 2008). S2 berusaha untuk mengerjakan soal dengan langkah yang benar. S2 mulai mengerjakan soal dengan menentukan koordinat titik potong antara dua garis, menggambar sketsa daerah himpunan penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel, menentukan koordinat titik ekstrim, serta menentukan nilai optimum satu persatu. Pada akhirnya, S2 dapat mengerjakan langkah tersebut dengan benar. Proses tersebut, menyebabkan level pertumbuhan S2 bergerak dari level *primitive knowing* (PK) ke level *property noticing* (PN).

S2 juga dapat menentukan biaya minimum pemupukan yang harus dikeluarkan oleh petani dalam satu kali pemupukan. Proses tersebut berada di level *formalizing* (F). sehingga, level pertumbuhan pemahaman S2 bergerak dari level *property noticing* (PN) menuju level *formalizing* (F). Level pertumbuhan pemahaman S2 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 6. Level Pemahaman S2

Subjek mengalami pertumbuhan pemahaman yang berbeda antara satu dengan yang lainnya (Pirie-Kieren, 1994).

**PENUTUP**

Berdasarkan rumusan masalah penelitian dan analisis data yang telah dilakukan oleh peneliti tentang *folding back* siswa dalam menyelesaikan masalah program linear berdasarkan langkah Polya, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

S1 adalah subjek yang mempunyai masalah pada saat mendefinisikan variabel tetapi sudah mengetahui langkah pengerjaan dengan baik. Level pertumbuhan pemahaman S1 bergerak dari  $PK \rightarrow IM \rightarrow PK \rightarrow IH \rightarrow PK \rightarrow PN$ . *Folding back* dilakukan oleh S1 sebanyak dua kali. Pertama terjadi pada saat pertumbuhan pemahaman bergerak menuju level *image having* (IH). *Folding back* ini dilakukan S1 dalam mendefinisikan variabel. Kedua, S1 melakukan *folding back* juga pada saat pertumbuhan pemahaman bergerak menuju level *property noticing* (PN). *Folding back* dilakukan S1 untuk menentukan titik potong antara dua garis. Titik potong yang diperoleh S1 secara aljabar dan geometri berbeda.

S2 adalah subjek yang belum dapat merencanakan penyelesaian. Level pertumbuhan pemahaman S2 bergerak dari  $PK \rightarrow IM \rightarrow PK \rightarrow IH \rightarrow PK \rightarrow PN$ . *Folding back* yang dilakukan oleh S2 terjadi pada saat pertumbuhan pemahaman bergerak menuju level *image having* (IH). *Folding back* S1 dalam mendefinisikan variabel, dan merumuskan kendala. S2 menuliskan kendala dalam dua bentuk yaitu persamaan dan pertidaksamaan. S2 melakukan *folding back* juga pada saat pertumbuhan pemahaman bergerak menuju level *property noticing* (PN). *Folding back* dilakukan S2 untuk menentukan koordinat titik potong, menggambar sketsa grafik pertidaksamaan, menentukan koordinat titik ekstrim, serta menentukan nilai optimum.

S3 adalah subjek yang sudah dapat melaksanakan rencana tetapi mempunyai ketelitian yang kurang. Level pertumbuhan pemahaman S3 bergerak dari  $PK \rightarrow IM \rightarrow IH \rightarrow PK \rightarrow PN \rightarrow F$ . *Folding back* yang dilakukan oleh S2 terjadi pada saat pertumbuhan pemahaman bergerak menuju level *property noticing* (PN). *Folding back* ini dilakukan S3 dalam menuliskan koordinat sebuah titik, menentukan titik potong antara dua garis (karena tidak teliti dalam perhitungan), serta pada saat menggambar sketsa grafik pertidaksamaan (karena tidak menggambar sketsa grafik secara utuh).

Dari temuan hasil penelitian ini, adapun beberapa saran yang dapat dibuat peneliti berkaitan dengan *folding back* siswa diantaranya adalah sebagai bagi guru, sebelum pembelajaran materi yang baru sebaiknya memastikan pengetahuan pada level bawah (materi prasyarat) telah dikuasai siswa karena materi saling berkaitan satu dengan yang lainnya.

**DAFTAR RUJUKAN**

- Boddy, N., dkk, (2003). *Atrial of The Five Es: A Referent Model for Constructivist Teaching and Learning*. Reseach in Science Education, 33, 27 – 42.
- Dantzig, G B. (1963). *Linear Programming and Extensions*. California: Princeton Univercity Press
- Depdiknas, (2006). *Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi Sekolah Menengah Atas*. Jakarta: Depdiknas.
- Endang, S. (2009). *Pembelajaran Matematika dalam Pemecahan masalah*. Yogyakarta: UIN Press
- Fauziyah, A. (2010). *Peningkatan Kemampuan Pemahaman dan Pemecahan Masalah Matematik Siswa SMP melalui Strategi React*. Forum Kependidikan, Volume 30, Nomor 1, JUNI 2010
- Hiebert, J. & Carpenter, Th. P. (1992). *Learning and Teaching with Understanding*. In: D. W. Grouws (Ed), *Handbook of Research in Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 65 – 97). New York: Macmilan
- Karim, A. (2011). *Penerapan Metode Penemuan Terbimbing dalam Pembelajaran Matematika untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep dan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Sekolah Dasar*. ISSN 1412-565X Edisi Khusus No. 1, Agustus 2011
- Kastberg. (2002). *Understanding Mathematical Concepts: The Case of the Logarithmic Function*. Georgia: Disertasi of the University of Georgia in Partial
- Kennedy, L.M, dkk. (2008). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. USA: Thomson Higher Education
- Kemendikbud. (2013). *Kurikulum 2013*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Leung, D. Y. P. & Kember, D. (2008). The Relationship between Approaches to Learning and Reflection Upon Practice. *Educational Psychology*, 23(1), 61 – 71
- Mairy, Du. (2003). *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: PT. PBF.
- Martin, dkk. (2005). *Folding back and Growth of Mathematical Understanding in Workplace Training*. ALM International Journal, Volume 1(1), pg. 19-35
- Martin, Pirie. (2000). *The Role of Collecting in the Growth of Mathematical Understanding*. *Mathematics Education Reseach Journal*, Vol.12, No. 2, 127 – 146.
- Meel, E. (2003). *Model and Theories of Mathematical Understanding: Comparing Pirie-Kieren's Model of the Growth of Mathematical Understanding and APOS Theory*. CBMS Issues in Mathematics Education. Volume 12.
- Moleong. (2007). *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosda Karya
- Mousley, J. (2005). *What Does mathematics Understanding Look Like?*. Makalah disajikan pada the Annual Conference held at RMIT, Melbourne, 7 – 9 Juli 2005
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Pegg, J. dan Tall, D. (2005). *Using Theory to Advance Our Understandings of Student Cognitive Development*. *Proceedings of PME 29*.
- Pirie, S. dan Kieren, T. (1994). *Growth in Mathematical Understanding: How We Can Characterize it and How We can Represent it*. *Educational Studies in Mathematics*, Volume 9: 160–190.
- Pirie S, Kieren T. (2011). *Formalising in Mathematical Understanding within Constructivist Environments*. FLM Publishing Association
- Polya, G. (1973). *How to Solve it*. United State of America: Princeto Univercity press.
- Ratumanan, T. G. (2010). *Belajar dan Pembelajaran*. Surabaya: Unesa University Press
- Sartati, S.B. (2015). *Proses Berpikir Siswa Memahami Equal Sign dalam Menyelesaikan Tugas matematika*. Malang: Universitas negeri Malang.
- Siswanto. (2014). *Matematika 2A*. Solo: PT Tiga Serangkai Pustaka Mandiri.
- Slaten, M. K. (2011). *Effective Folding Back via Student Reseach of the History of Mathematics*. *Proceedings of the 13th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*
- Styliandes, G and A. (2007). *Learning mathematics with Understanding: A Critical Consideration of The Learning Principle in the Principles and Standards for School Mathematics*. *The Montana Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, Vol. 4, no.1, pp. 103-114
- Sudirman, Sutawijaya A. (2005). *Program Linear*. Malang: UM Press
- Susiswo. (2014). *Folding Back Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Limit*. Malang: Disertasi Universitas Negeri Malang.
- (2010). *Pedoman Penulisan Karya Ilmiah: Skripsi, Tesis, Disertasi, Makalah, Laporan penelitian, Edisi Kelima*. Malang: Universitas Negeri Malang.