

## PEMBELAJARAN PENEMUAN TERBIMBING UNTUK MENINGKATKAN PENALARAN MATEMATIS SISWA PADA MATERI PROGRAM LINEAR

Parida<sup>1</sup>, Toto Nusantara<sup>2</sup>, Abadyo<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

Email : [paridahariyanto@yahoo.com](mailto:paridahariyanto@yahoo.com), [toto.nusantara.fmipa@um.ac.id](mailto:toto.nusantara.fmipa@um.ac.id), [abadyo.fmipa@um.ac.id](mailto:abadyo.fmipa@um.ac.id)

### Abstract

*This study describes the application of guided discovery which improves students' mathematical reasoning in the Linear Program material. This study uses a qualitative approach with the type of Classroom Action Research (PTK). This PTK is implemented in Class XI TPM 3 SMKN 1 Madiun. The application of guided discovery is carried out in four stages. Introduction and Review, namely the teacher conditions students to be ready to learn by conveying learning objectives, explaining the benefits, and reminding the prerequisite material. The Open Stage, in which the teacher sets the group, then the students observe the examples, ask questions, and write down the characteristics of the concept based on the observations. Convergent Stage, where the teacher presents the problem, then students make assumptions, collect information, perform mathematical manipulation, conclude problem solving, re-examine problem solving, and present the results of the discussion. Closing and application, namely the teacher emphasizes important things, the teacher guides students to make conclusions and reflects, then the students work on the quiz. The results showed an increase in students' mathematical reasoning abilities in solving Linear Program problems. Students also gave positive responses to guided discovery learning.*

**Keywords:** *guided discovery, mathematical reasoning, Linear Program*

Submit : Mei 2020, Publish: Oktober 2020

## PENDAHULUAN

Keterampilan membaca, menulis dan berhitung saja tidaklah cukup untuk menghadapi masalah yang semakin rumit (Kusumah, 2011). Seorang siswa harus memahami pula keterkaitan antara dua objek atau lebih, kemudian membuat kesimpulan berdasarkan aturan dan teorema. Saat dihadapkan pada masalah, siswa menggunakan penalaran untuk menemukan solusi masalah serta alasan dari jawaban yang diberikan (Brodie, 2010; Bergqvist, dkk, 2008). Penalaran digunakan untuk memperoleh kesimpulan secara logis dari asumsi atau definisi yang ada (Martin, 2009). Kegiatan penalaran terfokus pada upaya merumuskan kesimpulan berdasarkan beberapa pernyataan yang dianggap benar.

Brodie (2010) menyatakan penalaran matematis adalah kemampuan bernalar tentang objek matematika yang terdiri dari fakta, konsep, operasi, prinsip, dan lain-lain. Menurut (Bjuland, 2007), penalaran merupakan lima proses dalam aktivitas berpikir matematis, meliputi merasionalisasi informasi (*sense-making*), mengajukan dugaan (*conjecturing*), menerapkan strategi penyelesaian (*convincing*), mengevaluasi proses (*reflecting*), dan merumuskan kesimpulan akhir (*generalizing*). Ball, dkk (dalam Widjaya, 2010) menyatakan penalaran matematis adalah pondasi untuk membangun pengetahuan matematis. Kemampuan penalaran diperlukan untuk memahami konsep, menerapkan ide dan prosedur secara luwes, dan merekonstruksi pengetahuan sebelumnya (Brodie, 2010). Jadi penalaran matematis merupakan kemampuan yang penting dalam memahami isi matematika.

Penelitian ini dilatarbelakangi oleh banyaknya siswa yang mengalami kesulitan belajar Matematika. Kebanyakan siswa menyatakan bahwa Matematika adalah pelajaran sulit. Meskipun sudah dijelaskan oleh guru, siswa tetap saja tidak mengerti dan cepat lupa dengan isi materi. Beberapa siswa menganggap Matematika sebagai pelajaran berat dan serius. Siswa lebih sering diajari rumus kemudian mengerjakan latihan soal, padahal siswa tidak paham darimana dan mengapa rumus tersebut digunakan. Hal ini berdampak siswa cenderung menunggu jawaban dari teman atau jawaban yang dituliskan oleh guru di papan tulis.

Kesulitan belajar siswa salah satunya disebabkan oleh ketidaktepatan guru dalam membelajarkan siswa. Hasil belajar siswa ditentukan oleh cara mengajar guru (Adedoyin, 2010). Berdasarkan pengamatan di lapangan, pembelajaran cenderung berpusat pada guru sehingga masih sedikit siswa yang berani mengajukan ide atau pendapat. Guru kurang memperhatikan kondisi di kelas, terutama intensitas interaksi belajar di antara siswa yang masih rendah. Kadang-kadang guru membiarkan saat siswa membicarakan hal-hal diluar materi ajar sehingga siswa tidak fokus untuk belajar. Akibat dari kondisi ini adalah siswa tidak terbiasa mengajukan

dugaan, tidak dapat menyatakan masalah dengan menggunakan simbol matematika secara tepat, siswa melakukan kesalahan dalam menggunakan rumus dan melakukan operasi hitung, dan kebanyakan siswa tidak dapat menyimpulkan suatu konsep dengan benar. Oleh karena itu, siswa memerlukan model pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan bernalar mereka.

Pembelajaran yang dapat mengembangkan kemampuan bernalar adalah pembelajaran yang dirancang menurut pandangan konstruktivisme (Murata, 2006), yaitu siswa didorong untuk membangun konsep dengan kemampuan sendiri (Slavin, 2006; Murata, 2006). Salah satu model pembelajaran konstruktivis adalah pembelajaran penemuan (Slavin 2006; Mayer, 2004). Bruner (dalam Balim, 2009) menyatakan belajar penemuan sangat mengutamakan refleksi, berpikir, bereksperimen, dan mengeksplorasi. Pembelajaran penemuan adalah salah satu model pembelajaran yang dapat membantu siswa memecahkan masalah berdasarkan bukti-bukti (Eggen & Kauchak, 1996; Carin, 1993), dan menstimulasi penalaran matematis siswa (Arsefa, 2014). Jadi belajar melalui penemuan diyakini dapat meningkatkan kemampuan bernalar siswa.

Menurut Bruner, belajar penemuan merupakan pendekatan yang berbasis penyelidikan (Prince & Felder, 2006). Siswa diberi pertanyaan untuk dijawab atau masalah untuk dipecahkan. Selanjutnya siswa melakukan pengamatan yang mengarahkan dirinya untuk melengkapi tugas-tugas dan menarik kesimpulan sesuai hasil temuan. Pada akhirnya, siswa dapat menemukan suatu konsep berdasarkan fakta-fakta (Prince & Felder, 2006). Guru berperan sebagai fasilitator yaitu mendorong siswa untuk menemukan konsep dan membimbing siswa saat diperlukan. Guru menyediakan petunjuk secara sistematis yang terfokus pada tujuan pembelajaran (Mayer, 2004). Jadi guru berperan memberi pertanyaan atau masalah kemudian membimbing siswa melalui aktivitas penyelidikan.

Terdapat beberapa alasan terkait dipilihnya penemuan terbimbing untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa. Penemuan terbimbing lebih efektif daripada penemuan murni dalam membantu siswa belajar (Mayer, 2004). Waktu belajar di sekolah adalah terbatas, siswa masih membutuhkan konsep dasar untuk menemukan sesuatu, dan tidak semua siswa dapat menemukan sesuatu sendiri (Widdiharto, 2004: 4). Penemuan terbimbing dapat menghasilkan memori dan transfer jangka panjang lebih baik daripada pembelajaran ekspositori (Jacobsen, Eggen & Kauchak, 2009). Jadi penemuan terbimbing memiliki beberapa kelebihan dibandingkan dengan model pembelajaran yang lain.

Penelitian yang mendukung penerapan penemuan terbimbing untuk meningkatkan penalaran matematis siswa antara lain penelitian Ani (2015), Agustina (2014), dan Bani (2011). Pembelajaran penemuan terbimbing dapat meningkatkan kinerja siswa (Akanmu & Fajemidagba, 2013), keterampilan sosial (Moore, 2009), sikap positif siswa terhadap Matematika (Bani, 2011), serta motivasi siswa bahwa ide-ide mereka penting dan konstruktif (Germain, 2013). Hasil studi Kramarski & Mizrachi (2006) menemukan fakta bahwa siswa yang diberi kesempatan lebih luas untuk mendemonstrasikan ide matematis, berimbas pada peningkatan penalaran matematis secara signifikan.

Salah satu materi Matematika yang dianggap sulit oleh siswa serta membutuhkan kemampuan bernalar adalah Program Linear. Program Linear sering digunakan untuk memecahkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari misalnya di bidang industri, perdagangan, transportasi dan lain-lain (Budiarto, 2004). Program Linear adalah metode matematis dalam mengalokasikan sumber daya yang terbatas untuk mencapai suatu tujuan, seperti memaksimalkan keuntungan atau meminimumkan biaya (Sultan, 1993). Sumber daya yang dimaksud yaitu bahan baku, modal, peralatan, tempat, waktu, tenaga, dan lain-lain.

Berdasarkan paparan di atas, penelitian ini memfokuskan pada pembelajaran penemuan terbimbing yang dapat meningkatkan penalaran matematis siswa pada materi Program Linear.

## **METODE**

Penelitian ini merupakan Penelitian Tindakan Kelas (PTK) dengan pendekatan kualitatif deskriptif. PTK ini dilakukan di SMKN 1 Madiun. Subjek penelitian adalah siswa-siswa Kelas XI TPM 3 SMKN 1 Madiun tahun pelajaran 2016/2017 sebanyak 30 orang. Jurusan TPM atau Teknik Pemesinan adalah salah satu Program Keahlian di SMKN 1 Madiun. Penelitian ini dilaksanakan mulai tanggal 26 September-14 November 2016.

Pada PTK ini, penelitian dikembangkan berdasarkan prosedur penelitian oleh Kemmis & McTaggart (2002). Penelitian diawali dengan tahap pra tindakan yang terdiri dari observasi pembelajaran dan pemberian tes awal. Tahap selanjutnya adalah tahap tindakan yang terdiri dari tahap perencanaan, pelaksanaan tindakan & pengamatan, dan refleksi.

Tahap perencanaan dilakukan oleh peneliti dengan mempersiapkan segala sesuatu yang diperlukan selama pelaksanaan tindakan, yaitu (1) menyusun perangkat pembelajaran yang terdiri dari RPP dan LKS, (2) menyusun instrumen penelitian yang terdiri dari lembar observasi aktivitas guru, lembar observasi aktivitas

siswa, lembar tes akhir siklus, lembar pedoman wawancara, dan lembar validasi, (3) menyusun jadwal pelaksanaan tindakan, menentukan observer, dan menyusun kelompok siswa.

Validator kemudian melakukan validasi terhadap perangkat pembelajaran dan instrumen penelitian. Hasil validasi menunjukkan semua aspek yang divalidasi berada pada kriteria valid. Hal ini berarti perangkat pembelajaran dan instrumen penelitian tersebut layak digunakan dalam penelitian. Hasil validasi ini dapat dilihat pada Tabel 1 berikut ini.

**Tabel 1 Validasi Perangkat Pembelajaran dan Instrumen Penelitian**

Perangkat Pembelajaran dan Instrumen Penelitian	Hasil Validasi	Kriteria
RPP	83,09%	Valid
LKS	86,25%	Valid
Lembar Observasi Aktivitas Guru dan Siswa	84,72%	Valid
Lembar Tes Akhir Siklus	86,54%	Valid
Lembar Pedoman Wawancara	84,38%	Valid

Tahap berikutnya adalah pelaksanaan tindakan dan pengamatan. Peneliti berperan sebagai guru dan didampingi oleh observer. Peneliti melaksanakan pembelajaran penemuan terbimbing, sedangkan observer mengamati aktivitas yang dilakukan oleh guru dan siswa. Peneliti juga melakukan pemberian tes akhir siklus dan kegiatan wawancara. Data-data yang dikumpulkan oleh peneliti pada tahap ini terdiri dari hasil observasi aktivitas guru, hasil observasi aktivitas siswa, lembar tes akhir siklus dan hasil wawancara. Data-data tersebut dianalisis secara kuantitatif dan kualitatif. Peneliti melakukan analisis kuantitatif terhadap hasil observasi aktivitas guru, hasil observasi aktivitas siswa dan hasil tes akhir siklus. Analisis kualitatif mengenai peningkatan penalaran matematis dilakukan oleh peneliti terhadap hasil pekerjaan siswa, saran-saran observer, dan hasil wawancara.

Tahap berikutnya adalah refleksi dan evaluasi. Kriteria keberhasilan dalam penelitian ini adalah hasil observasi aktivitas guru dan siswa mencapai kriteria minimal baik, nilai rata-rata tiap indikator kemampuan penalaran matematis siswa  $\geq 75$ , dan hasil tes pada akhir siklus mencapai ketuntasan klasikal minimal 75% siswa mendapat nilai  $\geq 75$ . Selanjutnya, peneliti dan observer mengevaluasi data-data yang telah dianalisis. Jika kriteria keberhasilan belum tercapai maka peneliti mencari penyebab kegagalan dan merencanakan siklus selanjutnya. Siklus diulang sampai hasil tindakan memenuhi kriteria keberhasilan yang telah ditetapkan, selanjutnya peneliti menyusun laporan penelitian.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Kegiatan penelitian ini diawali dengan pra-tindakan yaitu observasi pembelajaran dan pemberian tes awal. Berdasarkan hasil observasi awal, terdapat permasalahan pembelajaran yang dialami oleh siswa yang berkaitan dengan kemampuan penalaran matematis. Hal ini disebabkan oleh ketidaktepatan guru dalam membelajarkan siswa. Kondisi awal menunjukkan nilai rata-rata untuk semua indikator penalaran matematis berada di bawah 75, selain itu ketuntasan penalaran matematis siswa secara klasikal hanya 43,33%. Ini berarti tingkat penalaran matematis siswa masih kurang.

Selanjutnya guru melaksanakan kegiatan pembelajaran dengan berpedoman pada RPP yang telah disusun sebelumnya. Pelaksanaan tindakan dilakukan dalam dua siklus yaitu Siklus I dan Siklus II. Setiap siklus terdiri dari dua pertemuan tatap muka dan diakhiri dengan tes akhir siklus. Hasil observasi keterlaksanaan pembelajaran penemuan terbimbing ditunjukkan pada Tabel 2 di bawah ini.

**Tabel 2 Keterlaksanaan Aktivitas Guru dan Siswa**

Observasi	Siklus I		Siklus II	
	Pertemuan ke-1	Pertemuan ke-2	Pertemuan ke-1	Pertemuan ke-2
Aktivitas Guru	73,21%	75,00%	78,87%	82,74%
Kriteria	Cukup	Baik	Baik	Baik
Aktivitas Siswa	69,64%	72,62%	76,79%	79,17%
Kriteria	Cukup	Cukup	Baik	Baik

Berdasarkan Tabel 2 diketahui bahwa aktivitas guru dalam melaksanakan langkah-langkah pembelajaran yang sesuai dengan RPP pada Siklus I dan Siklus II selalu meningkat. Pada akhir siklus II, aktivitas guru mencapai 82,74% dan mencapai kriteria baik. Aktivitas siswa pada akhir Siklus I berada pada kriteria cukup, tetapi aktivitas siswa pada akhir II dapat memenuhi kriteria baik. Ini berarti hasil observasi aktivitas guru dan siswa telah memenuhi indikator keberhasilan dalam penelitian.

Selain hasil observasi pembelajaran, data yang dikumpulkan pada penelitian ini adalah hasil tes akhir siklus. Berdasarkan hasil tes diketahui kemampuan penalaran matematis siswa untuk tiap indikator mengalami peningkatan. Peningkatan kemampuan ini dapat diketahui berdasarkan hasil pada kondisi awal, Siklus I dan Siklus II yang ditunjukkan pada Tabel 3 berikut ini.

Tabel 3 Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis tiap Indikator

Indikator Penalaran Matematis	Nilai Rata-rata		
	Kondisi Awal	Siklus I	Siklus II
Menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, gambar, dan diagram	51,67	70,42	77,50
Mengajukan dugaan	67,50	81,67	83,33
Melakukan manipulasi matematika	63,33	75,00	79,58
Menarik kesimpulan, menyusun bukti, dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi	68,33	75,00	82,50
Memeriksa kesahihan suatu argumen	50,00	67,50	76,67

Data kondisi awal menunjukkan nilai rata-rata tiap indikator di bawah 75. Siklus I menunjukkan nilai rata-rata tiap indikator tidak semuanya mencapai 75. Pada Siklus I ini, nilai rata-rata pada indikator pertama adalah 70,42, sedangkan nilai rata-rata pada indikator kelima adalah 67,50. Berdasarkan data Siklus II didapatkan nilai rata-rata untuk semua indikator kemampuan penalaran matematis melebihi 75, sehingga telah memenuhi indikator keberhasilan penelitian.

Selain mempertimbangkan nilai rata-rata tiap indikator, peneliti juga menganalisis ketuntasan penalaran matematis siswa secara klasikal. Peningkatan ketuntasan penalaran siswa disajikan pada Tabel 4 berikut ini.

Tabel 4 Peningkatan Ketuntasan Penalaran Matematis Siswa

Kriteria Ketuntasan	Kondisi Awal	Siklus I	Siklus II
Nilai siswa $\geq 75$ (% siswa tuntas)	13 siswa (43,33%)	20 siswa (66,67%)	25 siswa (83,33%)
Nilai siswa $< 75$ (% siswa tidak tuntas)	17 siswa (56,67%)	10 siswa (33,33%)	5 siswa (16,67%)

Banyaknya siswa Kelas XI TPM 3 adalah 30 orang. Pada kondisi awal, ketuntasan siswa secara klasikal hanya 43,33%. Data Siklus I menunjukkan ketuntasan penalaran matematis siswa secara klasikal menjadi 66,67%. Data Siklus II menunjukkan ketuntasan penalaran matematis secara klasikal mencapai 83,33%. Hasil ini telah memenuhi indikator keberhasilan penelitian yaitu minimal 75% siswa mendapat nilai minimal 75. Berdasarkan hasil ini, siswa yang tergolong tuntas mengalami peningkatan sebesar 20%.

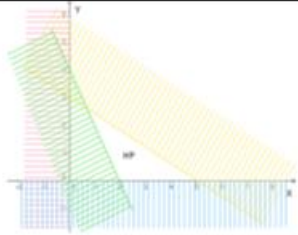
Ketidakberhasilan Siklus I dapat dilihat dari hasil pekerjaan siswa pada tes akhir siklus I. Berikut ini hasil pekerjaan siswa saat menyelesaikan soal nomor 2.

<p>2. Tunjukkan bahwa sistem pertidaksamaan linear <math>2x + 7y \geq 14</math>, <math>x \geq 0</math> dan <math>y \geq 0</math> mempunyai grafik himpunan penyelesaian seperti gambar di bawah ini, tuliskan alasanmu!</p>	<p>Jawaban Siswa:</p>
---	-----------------------

Gambar 1 Hasil Pekerjaan Siswa untuk Soal Nomor 2 Siklus I

Berdasarkan Gambar 1, siswa tidak dapat menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, gambar dan diagram. Siswa hanya memilih satu titik saja yaitu (2,2), kemudian mensubstitusikan titik tersebut ke pertidaksamaan  $2x + 7y \geq 14, x \geq 0$  dan  $y \geq 0$  dan diperoleh pernyataan benar. Namun hal ini kurang tepat karena HP merupakan himpunan tak hingga dari titik-titik yang memenuhi SPtLDV, siswa tidak mungkin mengecek semua titik tersebut.

Pada Siklus I, siswa juga mengalami kesulitan dalam memeriksa kesahihan argumen. Hal ini tampak saat siswa diminta untuk mengerjakan soal nomor 4 berikut ini.



4. Selidiki benar atau salah bahwa sistem pertidaksamaan linear yang sesuai dari gambar di atas adalah  $5x + 3y \leq 15, 2x + y \geq 4, x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ , tuliskan alasanmu !

**Jawaban Siswa:**

$\begin{matrix} x & 0 & 3 \\ y & 5 & 0 \end{matrix}$ <p>3,</p> $\frac{y-5}{0-5} = \frac{x-0}{3-0}$ $\frac{y-5}{-5} = \frac{x-0}{3}$ $3(y-5) = -5x$ $3y-15 = -5x$ $3x+3y = 15$	$\begin{matrix} x & 0 & 2 \\ y & 4 & 0 \end{matrix}$ <p>3,</p> $\frac{y-4}{0-4} = \frac{x-0}{2-0}$ $\frac{y-4}{-4} = \frac{x-0}{2}$ $2(y-4) = -4x$ $2y-8 = -4x$ $-8 = -4x - 2y$ $8 = 4x + 2y$
---	---

Handwritten notes include: (1)  $5x + 3y \leq 15$ ,  $5 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \leq 15$  benar,  $8 \leq 15$ ;  $2x + y \geq 4$ ,  $2 \cdot 1 + 1 \geq 4$ ,  $2 + 1 \geq 4$ ,  $3 \geq 4$  salah.

Gambar 2 Hasil Pekerjaan Siswa untuk Soal Nomor 4 Siklus I

Berdasarkan Gambar 2, siswa tidak dapat menentukan koordinat titik potong garis pada sumbu X dan sumbu Y dengan tepat. Kebanyakan siswa mengalami kesulitan dalam menentukan koordinat titik (x,y), hal ini dikarenakan siswa sulit membedakan letak absis dan ordinat dari suatu titik. Akibatnya siswa melakukan kesalahan dalam menentukan persamaan garis-garis pembatas. Jadi siswa tidak mampu menyelidiki kebenaran suatu pernyataan secara tepat, disertai alasan yang benar.

Kemampuan penalaran matematis siswa pada Siklus II mengalami peningkatan. Peningkatan tersebut tampak pada hasil pekerjaan siswa untuk soal nomor 2 berikut ini.

2. Seorang pengrajin logam hendak membuat patung Garuda dan patung Ganesha. Untuk melapisi bagian luar patung Garuda dibutuhkan 2 gram emas dan 3 gram perak, sedangkan untuk patung Ganesha dibutuhkan 1 gram emas dan 4 gram perak. Pengrajin tersebut mempunyai persediaan 14 gram emas dan 36 gram perak. Patung Garuda dijual dengan harga Rp2.000.000,00 per buah, sedangkan patung Ganesha Rp1.500.000,00 per buah. Buatlah model matematika dari permasalahan tersebut!

**Jawaban Siswa:**

a) permasalahan:  $x =$  banyaknya jenis patung garuda  
 $y =$  banyaknya jenis patung ganesha

Jenis patung	Banyaknya	emas	Perak
Garuda	$x$	2	3
Ganesha	$y$	1	4
Persediaan		14	36

Kendala:  $2x + y \leq 14$   
 $3x + 4y \leq 36$   
 $x \geq 0$   
 $y \geq 0$

fungsi tujuan:  $f(x,y) = 2000000x + 1500000y$

Gambar 3 Hasil Pekerjaan Siswa untuk Soal Nomor 2 Siklus II

Berdasarkan Gambar 3, siswa mampu memahami isi soal sehingga dapat memilih pernyataan yang tepat sesuai maksud dari soal. Siswa membuat pemisalan untuk variabel keputusan, kemudian menuliskan kendala dan fungsi tujuan dengan tepat. Jadi siswa dapat menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dengan tepat.

Pada Siklus II ini, kemampuan siswa memeriksa kesahihan suatu argumen juga mengalami peningkatan. Hal ini tampak saat siswa menyelesaikan soal nomor 3 berikut ini.

2. Pak Rusli adalah pedagang buah keliling yang menggunakan gerobak. Ia mempunyai modal Rp600.000,00 untuk membeli rambutan dan jeruk. Tiap kilogram rambutan dibeli seharga Rp4.000,00 dan dijual kembali Rp5.000,00. Sedangkan tiap kilogram jeruk dibeli seharga Rp10.000,00 dan dijual kembali Rp12.000,00. Muatan gerobak tidak dapat melebihi 90 kg. Menurut Anton, keuntungan maksimum yang dapat diperoleh Pak Rusli adalah Rp150.000,00. Sedangkan menurut Dias, pedagang akan memperoleh keuntungan maksimum jika menjual 40 kg rambutan dan 50 kg jeruk.

a. Selidikilah pendapat siapakah yang benar.  
b. Tuliskan alasanmu.

**Jawaban Siswa:**

3) penyelesaian:  $x$ : banyaknya rambutan tiap kilogram  
 $y$ : banyaknya jeruk tiap kilogram

jenis buah	banyaknya	harga beli	untung
rambutan	$x$	4.000	1.000
jeruk	$y$	10.000	2.000
modal	90	600.000	150.000

fungsi:  $z = 1000x + 2000y \leq 90$   
 $4000x + 10.000y \leq 600.000 \Rightarrow 4x + 10y \leq 600$   
 $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow 2x + 5y \leq 300$

titik potong terhadap sumbu  $x/y$  dan

$x+y=90$	$2x+5y=300$
$x \ 0 \ 90$	$x \ 0 \ 150$
$y \ 90 \ 0$	$y \ 60 \ 0$
$(0,90)$	$(0,60)$

Eliminasi:  $x+y=90$  |  $2 \times 2x+5y=300$  |  $0,0 \times x+y=90$   
 $2x+y=300$  |  $1 \times 2x+5y=300$  |  $0,0 \times 2x+y=300$   
 $-y=120$  |  $0,0 \times 2x+y=300$   
 $-y=40$  |  $2,0+5,0 \leq 300$   
 $y=40$  |  $0 \leq 300$  (benar)

$x+y=90$   
 $x+40=90$   
 $x=90-40=50$

$(x,y) \Rightarrow 1000x + 2000y$   
 $(0,0) \Rightarrow 1000,00 + 2000,00 = 30.000$   
 $(0,60) \Rightarrow 1000 \times 0 + 2000,60 = 120.000$   
 $(0,40) \Rightarrow 1000,40 + 2000,40 = 10.000 + 80.000 = 130.000$

Keuntungan maksimum pak Rusli adalah Rp150.000,00  
 Rp150.000,00

Jawaban itu terdapat pada keuntungan maks pada tabel

Gambar 4 Hasil Pekerjaan Siswa untuk Soal Nomor 3 Siklus II

Berdasarkan Gambar 4, siswa menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, gambar, dan diagram; melakukan manipulasi matematika; dan memeriksa kesahihan suatu argumen secara tepat. Langkah-langkah yang dituliskan oleh siswa ini runtut dan benar. Siswa juga dapat menyimpulkan suatu pernyataan berdasarkan kondisi yang ada. Jadi siswa mampu menyelidiki kebenaran suatu pernyataan disertai alasan yang tepat.

Hasil yang didapat dalam penelitian ini merupakan dampak yang disebabkan oleh pemberian tindakan yaitu penerapan penemuan terbimbing. Tahap-tahap pembelajaran yang dilakukan oleh guru mengadaptasi tahap-tahap penemuan terbimbing menurut Eggen & Kauchak (2012) yaitu pengenalan dan *review*, tahap terbuka, tahap konvergen, dan penutup & aplikasi. Berikut ini adalah paparan kegiatan yang dilakukan oleh guru pada setiap tahapan.

**Pengenalan dan Review**

Langkah pertama dalam kegiatan pembelajaran adalah guru mengondisikan siswa untuk menciptakan suasana belajar yang kondusif. Siswa yang siap untuk belajar mampu belajar lebih banyak dibandingkan dengan siswa yang tidak siap (Orton, 1992). Tahap pengenalan bertujuan untuk menarik perhatian siswa (Eggen & Kauchak, 2012). Guru menjelaskan manfaat dari mempelajari suatu konsep, misalnya manfaat dari Program Linear dan model matematika. Tahap pengenalan juga bertujuan untuk menetapkan fokus pelajaran (Eggen & Kauchak, 2012). Pada tahap ini, guru memberikan contoh permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Guru kemudian memperkenalkan istilah-istilah penting misalnya grafik HP, variabel keputusan, syarat non negatif, kendala, fungsi tujuan, dan lain-lain. Siswa menjadi tidak asing dengan istilah-istilah tersebut sehingga siswa lebih mudah mengingat dan menyimpannya di dalam memori otak. Hal-hal yang dilakukan guru ini diyakini efektif dalam memperkenalkan konten baru (Alfieri, 2011).

Guru kemudian menyampaikan tujuan pembelajaran. Kegiatan ini merupakan kesempatan guru untuk mengomunikasikan arah kegiatan dan menekankan kepada siswa untuk belajar secara mandiri dan serius. Guru menginformasikan kepada siswa bahwa di akhir pembelajaran, siswa harus mengerjakan soal kuis secara individu. Siswa mengetahui arah pembelajaran, terpacu untuk belajar dan memperoleh hasil belajar yang maksimal (Uno, 2008).

Kegiatan selanjutnya adalah *review*, yaitu guru menghidupkan pengetahuan atau hasil kerja sebelumnya (Eggen & Kauchak, 2012). Melalui diskusi kelas, guru memancing ingatan siswa terkait materi

prasyarat yaitu konsep-konsep yang telah dipelajari sebelumnya. Jika siswa mempunyai pengetahuan prasyarat yang cukup maka siswa dikatakan siap untuk mempelajari materi selanjutnya. Sebagai contoh, guru mengingatkan kembali cara menggambar garis dengan persamaan  $x + y = 3$ . Siswa melakukan aktivitas bernalar yaitu menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, gambar, dan diagram. Garis dari suatu persamaan linear merupakan materi prasyarat untuk mempelajari grafik SPtLDV.

Contoh lain adalah guru mengingatkan siswa mengenai metode eliminasi dan substitusi untuk menentukan koordinat titik potong dua garis. Siswa diminta untuk melakukan aktivitas manipulasi matematika. Metode eliminasi dan substitusi digunakan untuk menentukan titik potong dari dua garis pembatas. Salah satu dari titik-titik tersebut akan menjadi titik optimum. *PCT (Pedagogical Content Tool)* adalah alat isi pedagogis misalnya grafik, diagram, persamaan atau pernyataan verbal yang sengaja digunakan oleh guru untuk menghubungkan pemikiran siswa saat siswa mempelajari materi selanjutnya (Rasmussen & Marrongelle, 2006).

Saat guru tidak mengingatkan materi prasyarat, siswa mengalami kesulitan di tengah-tengah penyelesaian tugas. Sebagai contoh, beberapa kelompok mengalami kesulitan dalam menentukan persamaan garis  $ax + by = c$  yang melalui dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$ . Hal ini disebabkan guru tidak mengingatkan siswa tentang rumus untuk mencari persamaan garis yang melalui dua titik. Siswa membangun ide atau konsep baru berdasarkan pengalaman dan pengetahuan sebelumnya (Ercan & Tasdere, 2011; Kanselaar, 2002; Delors, 1996).

### Tahap Terbuka

Kegiatan selanjutnya adalah siswa bekerja dalam kelompok. Setiap kelompok beranggotakan 4-5 siswa dengan kemampuan heterogen berdasarkan hasil tes awal. Hal ini bertujuan agar setiap anggota memberikan peran tersendiri untuk tiap tingkatan (Leikin & Zaslavsky, 1999). Guru kemudian membagikan LKS kepada masing-masing kelompok. Siswa diberi kesempatan untuk melakukan interaksi dan berdiskusi dalam memecahkan masalah. Siswa tidak hanya bertanggung jawab atas dirinya sendiri tetapi juga bertanggung jawab atas keberhasilan kelompoknya (Arends, 2008).

Kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan guru menyajikan contoh-contoh. Pemberian contoh dan bukan contoh dari suatu konsep bertujuan menstimulasi siswa dalam memahami konsep tersebut (Eggen & Kauchak, 2012). Guru meminta siswa untuk membandingkan contoh-contoh yang diberikan. Pada pertemuan pertama, guru menyajikan contoh-contoh grafik himpunan penyelesaian (HP) dari SPtLDV. Pada pertemuan lain, guru menyajikan contoh-contoh SPtLDV berdasarkan grafik HP yang diketahui. Simbol, bagan, grafik, dan diagram merupakan metode yang sangat baik untuk menyajikan ide-ide dan hubungan dalam matematika (de Walle, 2008). Guru memotivasi siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait contoh-contoh tersebut. Adanya pertanyaan yang muncul dari siswa adalah indikasi bahwa siswa merasa tertarik, dan mempunyai keinginan untuk mengetahui konsep yang terkandung dari contoh-contoh itu. Penemuan terbimbing dapat membangkitkan rasa ingin tahu dan memotivasi siswa untuk menemukan jawaban (Slavin, 2009; Balim, 2009).

Pada pertemuan awal, sebagian besar siswa bingung dan tidak tahu bagaimana cara membuat pertanyaan karena belum terbiasa. Oleh karena itu guru memotivasi siswa untuk merumuskan pertanyaan dengan kalimat siswa sendiri. Pada kegiatan ini, siswa melakukan aktivitas bernalar yaitu menyajikan pernyataan matematika secara lisan dan tertulis. Guru menyampaikan kepada siswa bahwa ide-ide mereka penting dan konstruktif (Germain, 2013).

Siswa menuliskan hasil pengamatan, kemudian menuliskan ciri-ciri spesifik suatu konsep berdasarkan hasil pengamatan. Saat berada pada situasi matematis, siswa mencoba merepresentasikan ide ke dalam simbol atau bahasa matematika (Bjuland, 2007). Siswa juga melakukan adaptasi yaitu mengaitkan informasi baru dengan pengetahuan sebelumnya sehingga saling terhubung di dalam struktur kognitif siswa (Bjuland, 2007).

### Tahap Konvergen

Tahap konvergen diawali dengan guru menyajikan permasalahan utama. Guru menyediakan petunjuk secara sistematis yang terfokus pada tujuan pembelajaran (Mayer, 2004). Melalui lembar kerja, siswa dapat bekerja mandiri dan bekerja sama karena telah tersedia uraian atau langkah-langkah secara bertahap (Choo, dkk, 2011). Siswa memanfaatkan media LKS untuk menyelesaikan masalah yang ditugaskan.

Saat dihadapkan pada masalah, siswa menggunakan penalaran untuk menemukan solusi masalah serta alasan atas jawaban yang diberikan (Brodie, 2010; Bergqvist, dkk, 2008). Langkah pertama dalam penyelesaian masalah adalah menuliskan dugaan. Membuat dugaan merupakan hal yang cukup sulit bagi siswa. Pada langkah ini, guru memberikan arahan dan bimbingan kepada siswa. *Conjecturing* adalah kegiatan memprediksi kesimpulan atau teori yang didasarkan pada fakta yang belum lengkap (Bjuland, 2007).

Kegiatan selanjutnya adalah siswa mengumpulkan informasi terkait cara menyelesaikan masalah. Pada kegiatan ini, siswa menggali informasi dan menstimulasi pengalaman yang ada untuk membangun pengetahuan (Eggen & Kauchak, 2012). Sumber informasi dapat berasal dari buku paket atau internet. Siswa mengonstruksi pengetahuan berdasarkan informasi baru dan data yang dikumpulkan dalam lingkungan belajar yang eksploratif (de Jong & van Joolingen, 1998). Guru berperan sebagai fasilitator yang membimbing siswa saat diperlukan.

Penemuan terbimbing merupakan model pembelajaran yang relatif baru bagi siswa. Pada pertemuan awal, siswa tampak diam dan kurang aktif. Hal ini dikarenakan siswa terbiasa memakai rumus jadi. Beberapa siswa kurang memberikan kontribusi dalam penyelesaian tugas. Sebaliknya, siswa dengan kemampuan tinggi berperan dominan dan kurang mempedulikan teman yang berkemampuan rendah. Guru mengingatkan siswa untuk memperhatikan tujuan kelompok agar siswa dapat membagi tugas dan tanggung jawab (Burke, 2011). Melalui diskusi kelompok, siswa belajar melalui proses memberi dan menerima (Eggen & Kauchak, 2012).

Selanjutnya siswa melakukan kegiatan *convincing* yaitu menerapkan strategi penyelesaian untuk menyelesaikan masalah. Siswa didorong untuk berpikir sendiri, sedangkan bimbingan oleh guru dilakukan saat diperlukan tergantung kemampuan siswa (Markaban, 2008). Guru menggunakan teknik bertanya untuk membantu siswa ketika siswa melakukan kesalahan (Moore & Hansen, 2010). Pada kegiatan ini siswa berlatih kemampuan menyajikan pernyataan tertulis dan manipulasi matematika. Beberapa kelompok mengalami sedikit perbedaan pendapat. Siswa berdiskusi dan berargumentasi dalam mengasah pengetahuan (Slavin, 2005). Hal ini menunjukkan terjadi interaksi antara siswa dengan siswa yang lebih baik.

Aktivitas bernalar selanjutnya adalah menarik kesimpulan, menyusun bukti, dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi. Siswa harus mampu menyusun kesimpulan disertai bukti-bukti terstruktur, serta menyampaikan keputusan yang beralasan (Martin, 2009: 4). Setiap kelompok menyajikan pernyataan matematika dengan menuliskan kesimpulan penyelesaian masalah. Kesimpulan ini diperoleh berdasarkan langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan oleh siswa. Siswa kemudian melakukan *reflecting*, yaitu memeriksa kembali penyelesaian masalah dengan mengembalikan jawaban ke permasalahan awal. Pada kegiatan ini, siswa melakukan aktivitas bernalar yaitu memeriksa kesahihan suatu argumen. Guru tidak memberikan pengetahuan melainkan membantu siswa menemukan kebenaran informasi (Akanmu & Fajemidagba, 2013).

Pada pertemuan awal, guru menunjuk secara acak salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusi. Guru kemudian meminta kelompok lain untuk bertanya atau menanggapi, namun kelompok lain tampak pasif. Pada pertemuan berikutnya, guru memberikan kesempatan kepada salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusi. Hal ini berdampak siswa menjadi lebih berani menyatakan pendapat, dan antusias saat berdiskusi. Faktor penting yang menentukan keberhasilan siswa dalam bernalar adalah kesempatan untuk menjelaskan pemikiran dan terlibat dengan materi pembelajaran (Baig, 2006). Daya nalar dan pemahaman matematis siswa meningkat lebih baik melalui proses menjelaskan secara verbal (Ike, 2014).

## Penutup dan Aplikasi

Pada tahap penutup, guru membimbing siswa melakukan *generalizing*. Guru menegaskan hal-hal penting dari konsep, mendeskripsikan keterkaitan konsep, dan membimbing siswa untuk membuat kesimpulan. Hal ini bertujuan agar siswa memahami definisi dan karakteristik suatu konsep (Eggen & Kauchak, 2012). Langkah berikutnya adalah kegiatan refleksi. Pada Siklus I, kegiatan refleksi tidak dapat dilakukan karena jam pelajaran hampir berakhir. Sedangkan pada Siklus II, guru bersama siswa melakukan refleksi pembelajaran. Refleksi memberikan kesempatan bagi siswa untuk berkomentar tentang proses diskusi dan hasil penemuan, kesulitan yang dialami, atau kejelasan konsep untuk menguatkan pemahaman siswa.

Kegiatan selanjutnya adalah aplikasi. Kegiatan aplikasi bertujuan agar siswa menerapkan pemahaman yang telah dibangun ke dalam konteks baru (Eggen & Kauchak, 2012). Guru melaksanakan kegiatan ini melalui pemberian kuis. Guru memotivasi siswa untuk mengerjakan kuis secara mandiri. Hal ini bertujuan agar siswa dapat meningkatkan pemahaman konsep (Germain, 2013). Selain itu, siswa memperoleh pengalaman belajar yang dapat mengasah kemampuan penalaran matematisnya.

Selain melaksanakan kegiatan pembelajaran dan pemberian tes, peneliti juga melakukan kegiatan wawancara. Setelah siswa mengikuti model pembelajaran ini, siswa merasa antusias dan semangat untuk belajar. Selain itu, siswa menjadi senang dan tidak takut lagi dengan pelajaran matematika. Siswa mendapatkan kegembiraan karena turut merasakan dan berbagi saat penyelidikan (Balim, 2009). Hasil ini mendukung hasil temuan sebelumnya bahwa pembelajaran penemuan terbimbing dapat meningkatkan kinerja siswa (Akanmu & Fajemidagba, 2013), keterampilan sosial (Moore, 2009), dan sikap positif siswa terhadap Matematika (Bani, 2011). Dampak positif lain adalah intensitas interaksi antara siswa dengan siswa, serta intensitas interaksi antara siswa dengan guru menjadi lebih baik. Selain itu, siswa menyatakan lebih mudah untuk mengingat dan

memahami isi materi. Setelah siswa belajar dengan menemukan sendiri, hasil yang didapat akan tahan lama dalam ingatan (Hosnan, 2014).

Berdasarkan data nilai rata-rata tiap indikator, ketuntasan penalaran matematis siswa secara klasikal dan hasil wawancara, peneliti menyimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa mengalami peningkatan. Hasil penelitian ini memperkuat hasil temuan Ani (2015), Agustina (2014), dan Bani (2011) yang menyatakan bahwa penerapan pembelajaran penemuan terbimbing dapat meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa. Oleh karena itu, peneliti menarik kesimpulan bahwa penerapan penemuan terbimbing terbukti dapat meningkatkan penalaran matematis siswa pada materi Program Linear.

## PENUTUP

Penelitian ini mendeskripsikan pembelajaran penemuan terbimbing yang dapat meningkatkan penalaran matematis siswa pada materi Program Linear dengan tahap-tahap sebagai berikut (1) Pengenalan dan *Review*, yaitu guru mengondisikan siswa agar siap untuk belajar dengan menyampaikan tujuan pembelajaran, memberikan motivasi, menjelaskan manfaat, dan mengingatkan materi prasyarat; (2) Tahap Terbuka, yaitu guru menetapkan kelompok, selanjutnya siswa mengamati contoh-contoh, mengajukan pertanyaan, dan menuliskan ciri-ciri konsep berdasarkan hasil pengamatan; (3) Tahap Konvergen, yaitu guru menyajikan permasalahan utama, kemudian siswa membuat dugaan, mengumpulkan informasi, melakukan manipulasi matematika, menyimpulkan penyelesaian masalah, memeriksa kembali penyelesaian masalah, dan menyajikan hasil diskusi; (4) Penutup dan Aplikasi, yaitu guru menegaskan hal-hal penting terkait konsep, guru membimbing siswa membuat kesimpulan, kegiatan refleksi dan pemberian kuis.

Berdasarkan analisis data kuantitatif dan data kualitatif, hasil penelitian menunjukkan terjadi peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa. Pada akhir siklus II, nilai rata-rata untuk semua indikator melebihi nilai KKM. Ketuntasan siswa secara klasikal pada kondisi awal hanya 43,33%, pada Siklus II meningkat menjadi 66,67%, sedangkan pada Siklus II mencapai 83,33%. Jadi banyaknya siswa tuntas secara klasikal mengalami kenaikan 20%. Selain itu, siswa juga memberikan respon positif terhadap pembelajaran penemuan terbimbing.

Berdasarkan kesimpulan di atas, peneliti mengemukakan saran sebagai berikut (1) bagi guru agar menerapkan penemuan terbimbing sebagai salah satu upaya meningkatkan penalaran matematis siswa dan mengonstruksi pemahaman konsep, (2) bagi peneliti selanjutnya agar mengkaji permasalahan pada PTK ini secara lebih mendalam misalnya pada materi matematika yang berbeda. Hal ini dikarenakan masih banyak kekurangan yang dilakukan oleh peneliti.

## DAFTAR RUJUKAN

- Adedoyin, O. 2010. An Investigation of the Effects of Teacher's Classroom Questions on the Achievements of Students in Mathematics: Case Study of Botswana Community Junior Secondary Schools. *European Journal of Educational Studies*, 2(3): 313-329.
- Ani, A. 2015. *Penerapan Metode Penemuan Terbimbing untuk Meningkatkan Penalaran Matematika Siswa Kelas X SMK Kesehatan Al-Yasini Pasuruan*. Tesis tidak diterbitkan. Malang: PPs UM.
- Agustina, E.N.S. 2014. *Penerapan Pembelajaran Penemuan Terbimbing Berbantuan Media Foto untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Siswa pada Materi Perbandingan di SMP Negeri 13 Malang*. Tesis tidak diterbitkan. Malang: PPs UM.
- Akanmu, M.A. & Fajemidagba, M.O. 2013. Guided-Discovery Learning Strategy and Senior School Students Performance in Mathematics in Ejigbo, Nigeria. *Journal of Education and Practice*, 4(12).
- Alfieri, L. 2011. Does Discovery-Based Instruction Enhance Learning? *Journal of Educational Psychology*. 103(1): 1-18.
- Arends, R.I. 2008. *Learning to Teach*. New York: McGraw Hill.
- Arsefa, D. 2014. Kemampuan Penalaran Matematika Siswa dalam Pembelajaran Penemuan Terbimbing. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika PPs STKIP Siliwangi Bandung*. 1(2014). ISSN 2355-0473.
- Baig, 2006. Learning Mathematical Rules with Reasoning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2(2).

- Balim, A.G. 2009. The Effects of Discovery Learning on Students' Success and Inquiry Learning Skills. *Eurasian Journal of Educational Research*, 35: 1-20.
- Bani, A. 2011. Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematik Siswa Sekolah Menengah melalui Pembelajaran Penemuan Terbimbing. *Jurnal Penelitian dan Pengembangan Pendidikan*, (Online), Edisi Khusus No. 1, Agustus 2011: 12-20, ([http://jurnal.upi.edu/file/2-Asmar\\_Bani.pdf](http://jurnal.upi.edu/file/2-Asmar_Bani.pdf)), diakses 10 Oktober 2015.
- Bergqvist, T., Lithner, J. & Sumpster, L. 2008. Upper Secondary Students' Task Reasoning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(1): 1-12.
- Bjuland, R. 2007. Adult Students' Reasoning in Geometry: Teaching Mathematics through Collaborative Problem Solving in Teacher Education. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4(1): 1-30.
- Brodie, K. 2010. *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classroom*. New York: Springer.
- Budiarto, M.T. 2004. *Program Linear*. Dirjen Dikdasmen Depdiknas. Jakarta: Depdiknas.
- Burke, A. 2011. Group Work: How to Use Groups Effectively. *The Journal of Effective Teaching*, 11(2): 87-95.
- Carin, A. 1993. *Teaching Science Through Discovery*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Choo, S.S.Y., dkk. 2011. Effect of Worksheet Scaffolds on Student Learning in Problem-Based Learning. *Adv in Health Sci Educ*, 16:517-528
- de Jong, T. & van Joolingen, W.R. 1998. Scientific Discovery Learning with Computer Simulations of Conceptual Domains. *Review of Educational Research*, 68(2): 179-201.
- de Walle, J.A.V. 2008. *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah: Pengembangan Pengajaran Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Delors, J. 1996. *Learning: The Treasure Within*. France: UNESCO Publishing.
- Eggen, P. & Kauchak, D. 1996. *Strategies for Teachers: Teaching Content and Thinking Skill (3rd Ed)* Boston: Allyn and Bacon.
- Ercan, F. & Tasdere, A. 2011. Identification of Teacher Candidates' Skills in Designing Experiments with Various Assessment Tools. *Western Anatolia Journal of Educational Science*. ISSN 1308-8971.
- Germain, J. 2013. *Guided Discovery: A Twentieth Century Model Proves Useful in the Twenty-First Century Classroom*. (Online), ([http://www.usma.edu/cfe/literature/germain\\_13.pdf](http://www.usma.edu/cfe/literature/germain_13.pdf)), diakses 1 Juli 2016.
- Hosnan, M. 2014. *Pendekatan Saintifik dan Kontekstual dalam Pembelajaran Abad 21*. Bogor: Ghalia Indonesia.
- Ike, G. 2014. The Effects of Inquiry Problems on Students Construction of Mathematical Reasoning and Viable Arguments. *Honors Projects*. Paper 109. (Online), (<http://scholarworks.bgsu.edu/honorsprojects>), diakses 21 Desember 2016.
- Jacobsen, D.A., Eggen, P., & Kauchak, D. 2009. *Methods for Teaching: Metode-metode Pengajaran Meningkatkan Belajar Siswa TK-SMA*. Terjemahan Achmad Fawaid & Khoirul Anam. 2009. Yogyakarta: Pustaka Belajar
- Kanselaar, G. 2002. *Constructivism and Socio-Constructivism*. (Online), (<http://edu.fss.uu.nl/medewerkers/gk/files/Constructivismgk.pdf>), diakses 20 April 2016.
- Kramarski, B. & Mizrachi, N. 2006. Discussion and Self-Regulated Learning: Effects of Instructional Methods on Mathematical Literacy. *The Journal of Educational Research*, 99(4): 218-230.
- Kusumah, Y.S. 2011. Literasi Matematis. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan MIPA FKIP Universitas Lampung*, (2011): 9-19.
- Leikin, R. & Zaslavsky, O. 1999. Cooperative Learning in Mathematics. *The Mathematics Teachers-NCTM*. (Online), 92(3): 240-246.
- Martin, W.G. 2009. *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. Reston, VA: NCTM.

- Mayer, R.E. 2004. Should There Be a Three-Strikes Rule Against Pure Discovery Learning? (The Case for Guided Methods of Instruction). *American Psychologist*, 59(1): 14-19.
- Moore, K.D. & Hansen, J. 2012. *Effective Strategies for Teaching in K-8 Classrooms*. London: Sage Publications.
- Moore, K.D. 2009. *Effective Instructional Strategies: From Theory to Practice*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.
- Murata, A. 2006. Teaching as Assisting Individual Constructive Paths Within an Interdependent Class Learning Zone: Japanese First Graders Learning to Add Using 10. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(6): 421-455.
- Orton, A. 2004. *Learning Mathematics: Issues, Theory and Classroom Practice*. London: Cassel Educational.
- Pollock, P.H., Hamann, K., & Wilson, B.M. 2011. Learning through Discussions: Comparing the Benefits of Small-Group and Large-Class Settings. *Journal of Political Science Education*, 7(1): 48-64.
- Prince, M.J. & Felder, R.M. 2006. Inductive Teaching and Learning Methods: Definitions, Comparisons, and Research Bases. *Journal of Engineering Education*, 95 (2): 123-138.
- Rasmussen, C. & Marrongelle, K. 2006. Pedagogical Content Tools: Integrating Student Reasoning and Mathematics in Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(5): 388-420.
- Slavin, R.E. 2009. *Psikologi Pendidikan: Teori dan Praktek*. Jakarta: Macan Jaya Cemerlang.
- Slavin, R.E. 2006. *Educational Psychology: Theory and Practice*. Boston: Pearson Education.
- Slavin, R.E. 2005. *Cooperative Learning: Teori, Riset dan Praktik*. Terjemahan Narulita Nusron. Bandung: Nusa Media.
- Sultan, A. 1993. *Linear Programming: An Introduction with Applications*. San Diego, CA: Academic Press, Inc.
- Uno, H.B. 2006. *Perencanaan Pembelajaran*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Widdiharto, R. 2004. Model-Model Pembelajaran Matematika SMP. *Makalah Disajikan pada Diklat Instruktur/Pengembangan Matematika SMP Jenjang Dasar*. Yogyakarta: Depdiknas.
- Widjaya, W. 2010. *Design Realistic Mathematics Education Lesson*. Makalah Disajikan dalam Seminar Nasional Pendidikan, PPS Universitas Sriwijaya, Palembang, 1 Mei 2010.