

PENGGUNAAN *SET MODEL* DAN PERMAINAN REMI BILBUL DALAM PEMBELAJARAN PENJUMLAHAN BILANGAN BULAT DI KELAS IV SD

Umi Puji Lestari
Ratu Ilma Indra Putri
Yusuf Hartono

Program Studi Magister Pendidikan Matematika FKIP Unsri,
Jalan Padang Selasa No. 524, Palembang-30139, Alamat Rumah: Bantul, DIY,
HP: 085878324103. E-mail: umipujilestari86@gmail.com

Abstract: The current study was intended to investigate the teaching and learning situations on addition of integer teaching and learning at the fourth grade of elementary schools which used the set model and the integer play card. The method utilized was design research. The Realistic Mathematics Education (RME) was the basis for the context design and activities. The results of the study suggested that the activities of making notes on the money transactions in the form of two-color coins and playing integer cards could trigger the students' thinking strategy in adding the integer.

Keywords: set model, addition, integer play card.

Abstrak: penelitian ini bertujuan untuk menginvestigasi situasi pembelajaran penjumlahan bilangan bulat di kelas IV SD dengan menggunakan *set model* dan permainan remi bilbul. Metode yang digunakan adalah *design research*. PMRI mendasari desain konteks dan aktivitas. Hasil penelitian menunjukkan aktivitas mencatat transaksi keuangan dalam keping dua warna dan permainan remi bilbul dapat memunculkan strategi berpikir siswa dalam menjumlahkan bilangan bulat.

Kata Kunci: *set model*, penjumlahan, permainan remi bilbul.

Bilangan bulat merupakan materi yang sangat penting diajarkan kepada siswa karena bermanfaat dalam menyelesaikan berbagai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari (Musser, Burger, & Peterson, 2005:321) sekaligus sebagai materi prasyarat untuk mempelajari koordinat kartesius (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008:426) maupun aljabar (Sheffield & Cruikshank, 1996 dalam Musser, Burger, & Peterson, 2005:321). Akan tetapi, fakta di lapangan menunjukkan bahwa pembelajaran bilangan bulat masih dianggap sulit oleh siswa. Siswa sering mengalami kebingungan dalam menentukan bilangan mana yang lebih besar maupun dalam menentukan arah pergerakan ketika

melakukan operasi hitung (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008). Bahkan guru pun mengalami kesulitan dalam mendesain pembelajaran bilangan bulat yang menarik dan bermakna (Putri, 2011).

Aspek yang dijadikan landasan dalam merancang pembelajaran penjumlahan bilangan bulat diantaranya yaitu aspek sejarah dan aspek pembelajaran. Berdasarkan aspek sejarah, bilangan bulat telah digunakan bangsa Cina sejak tahun 200 SM (Musser, Burger, & Peterson, 2005:319) dalam transaksi keuangan dengan menggunakan kayu beda warna (Merzbach & Boyer, 2011:180). Angka negatif sebagai bagian dari bilangan bulat merupakan angka yang harus dikurangi

dari kuantitas atau jumlah yang belum dibayar (Purnomo, 2014).

Berkenaan dengan aspek pembelajaran, menurut CORD (Wijaya, 2012), pengetahuan akan bermakna bagi siswa jika proses pembelajaran dilaksanakan dalam suatu konteks. Salah satu situasi yang dapat dijadikan konteks dalam pembelajaran bilangan bulat yaitu konteks kuantitas (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008). Skor dalam permainan golf dan debit-kredit uang merupakan contoh dalam konteks kuantitas (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008). Berdasarkan penelitian Mukhopadhyay et. al (Menon & Gyan, 2012), siswa-siswa terdahulu memberikan respon positif terhadap konteks aset dan hutang.

Konteks pembelajaran untuk anak SD juga dapat dikemas dalam bentuk permainan karena pada dasarnya siswa SD suka bermain (Somakim, 2008; Fosnot & Dolk, 2001). Salah satu permainan yang kaya konteks pembelajaran matematika yaitu permainan kartu (Fosnot & Dolk, 2001) seperti kartu remi. Selain itu, permainan juga digunakan oleh beberapa peneliti untuk pembelajaran bilangan bulat, diantaranya yaitu Kaune, et al (2014) dengan judul "*Games for Enhancing Sustainability of Year 7 Maths Classes In Indonesia*" dan Muslimin (2013) dengan judul "Desain Pembelajaran Pengurangan Bilangan Bulat Melalui Permainan Tradisional Congklak Berbasis Pendidikan Matematika Realistik Indonesia di Kelas IV Sekolah Dasar".

Dalam pembelajaran matematika, model diperlukan untuk mendukung matematisasi secara progresif (Wijaya, 2012). Adapun model yang sesuai untuk konteks kuantitas yaitu model keping dua warna (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008:479) atau *set model* (Musser, Burger, & Peterson, 2005).

"In a set model, chips can be used to represent integers. However, two colors of chips must be used, one color to represent positive integers (black) and a second to represent negative integers (red). One black chip represents a credit of 1 and one red chip represents a debit of 1. Thus one black chip and one red chip cancel each other, or "make a zero" so they are called a zero pair (Musser, Burger, & Peterson, 2005).

Sejalan dengan pendapat di atas, strategi yang dapat dimunculkan siswa ketika menjumlahkan bilangan bulat dengan *set model* adalah *cancellation strategy* (Linchevski & Williams, 1999) dan

penambahan keping sewarna (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008). *Cancellation strategy* adalah strategi yang dilakukan siswa ketika mencoret atau mengambil keping beda warna yang jumlahnya sama dan membentuk *zero pair*.

Adapun konsep dalam bilangan bulat meliputi konsep kuantitas dan lawan (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008). Kuantitas dimodelkan dengan jumlah keping, sedangkan lawan ditunjukkan dengan warna yang berbeda (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008).

Berdasarkan kurikulum 2013, pembelajaran hendaknya menggunakan pendekatan saintifik dan model pembelajaran *Problem Based Learning (PBL)*. Pembelajaran tidak berpusat pada guru, tetapi siswa dituntut aktif untuk mengobservasi hal-hal yang ada di lingkungannya, dimotivasi untuk mengajukan dan menjawab pertanyaan, mengeksperimen, menalar, maupun mengkomunikasikan ide matematikanya (Permendikbud Nomor 81A Tahun 2013).

Salah satu pendekatan pembelajaran matematika yang sesuai dengan aspek sejarah dan pembelajaran serta sejalan dengan Kurikulum 2013 yaitu Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). PMRI menekankan kebermaknaan konsep matematika (Wijaya, 2012:20). Pendekatan ini berlandaskan filosofi "*mathematics is a human activity*" dari Hans Freudenthal dimana siswa bukanlah penerima yang pasif, tetapi siswa perlu diberi kesempatan untuk menemukan kembali (*reinvent*) konsep matematika melalui aktivitas yang mereka alami sendiri (Zulkardi, 2002:29). Adapun ciri-ciri PMRI yaitu *the use of context, the use of models, students' creations and contributions, interactivity, dan intertwining*

Mengingat pentingnya pembelajaran penjumlahan bilangan bulat yang sesuai dengan aspek sejarah dan pembelajaran serta sejalan dengan Kurikulum 2013 maka penelitian ini bertujuan untuk menginvestigasi situasi pembelajaran penjumlahan bilangan bulat di kelas IV SD dengan menggunakan *set model* dan permainan remi bilbul.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian *design research* yang memiliki 3 tahapan, yaitu: *preparing for the experiment, design experiment dan retrospective analysis* (Gravemeijer and Cobb, 2006: 19). Pada tahap *preparing for the experiment,*

peneliti melaksanakan studi literatur dan mendesain *Hypothetical Learning Trajectory (HLT)* yang terdiri atas tujuan pembelajaran, aktivitas belajar siswa, dan konjektur berpikir siswa. Pada tahap *design experiment*, peneliti mengujicobakan *HLT* dalam *pilot Experiment*. Setelah *HLT* direvisi, *HLT* baru diujicobakan lagi di *teaching Experiment*. Pada tahap ini, data dikumpulkan melalui wawancara,

observasi, tes, dokumentasi, dan catatan lapangan. Kemudian data yang telah terkumpul dianalisis pada tahap *retrospective analysis* dengan *HLT* sebagai acuannya. Adapun subyek penelitian terdiri atas 23 siswa dan guru kelas IVC SD Iba Palembang dan dilaksanakan pada bulan Januari 2015.

Hypothetical Learning Trajectory (HLT)

1. Aktivitas 1

Aktivitas	Tujuan
Mencatat transaksi keuangan dalam keping dua warna	a. Siswa dapat memodelkan jumlah uang yang dimiliki kedalam keping positif/ biru dan jumlah hutang kedalam keping negatif/merah b. Siswa dapat memahami konsep penjumlahan
Konjektur Berpikir Siswa	
Masalah 1	
<ul style="list-style-type: none"> • Siswa menempel keping biru sebanyak 4 buah kemudian keping biru lagi sebanyak 3 buah (transaksi keuangan ibu) • Siswa menempel 3 buah keping merah dan 5 buah keping biru (transaksi keuangan paman) • Siswa menempel 4 buah keping merah kemudian menempel 3 keping merah lagi (transaksi keuangan bibi) • Siswa menempel 3 keping merah kemudian menempel 3 keping biru (transaksi keuangan kakak) • Siswa menempel 1 keping biru kemudian menempel 2 keping merah karena kurang teliti membaca soal (transaksi adik) • Siswa menempel 1 keping biru kemudian menempel 4 keping merah karena memahami bahwa 2 lembar sepuluh ribuan sama dengan 4 lembar lima ribuan (transaksi adik) 	
Masalah 2	
<ul style="list-style-type: none"> • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan ibu dalam 7 keping biru. Mereka menjelaskannya secara kontekstual yaitu 4 keping uang ditambah 3 keping uang sama dengan 7 keping uang • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan ibu dalam 7 keping biru. Mereka menjelaskannya menggunakan model yaitu 4 keping biru + 3 keping biru = 7 keping biru • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan ibu dalam 7 keping biru. Mereka menjelaskannya secara formal yaitu $4 + 3 = 7$ • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan paman dalam 2 keping biru. Mereka menjelaskannya secara kontekstual yaitu mempunyai 5 keping uang dikurangi 3 keping uang untuk membayar hutang. • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan paman dalam 2 keping biru. Mereka menjelaskannya menggunakan model yaitu 5 biru + 3 merah = 2 biru (mencoret setiap pasang biru dan merah). • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan paman dalam 2 keping biru. Mereka menjelaskannya secara formal yaitu $5 + (-3)$ atau $5 - 3$ • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan bibi dalam 7 keping merah. Mereka menjelaskannya secara kontekstual yaitu hutang 4 ditambah hutang lagi 3 • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan bibi dalam 7 keping merah. Mereka menjelaskannya menggunakan model yaitu 4 merah + 3 merah = 7 merah • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan bibi dalam 7 keping merah. Mereka menjelaskannya secara formal yaitu $-4 + (-3) = -7$ • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan kakak dalam kolom yang kosong karena menyatakan nilai nol. Mereka menjelaskannya secara kontekstual yaitu 3 keping uang digunakan untuk membayar 3 keping hutang • Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan kakak dalam kolom yang kosong karena menyatakan nilai nol. Mereka menjelaskannya menggunakan model yaitu 3 biru + 3 merah = kosong (mencoret setiap pasang biru dan merah) 	

- Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan kakak dalam kolom yang kosong karena menyatakan nilai nol. Mereka menjelaskannya secara formal yaitu $3 + (-3) = 0$ atau $3-3 = 0$
- Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan adik dalam 1 keping biru dan menjelaskannya secara kontekstual
- Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan adik dalam 1 keping biru dan menjelaskannya menggunakan model
- Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan adik dalam 1 keping biru dan menjelaskannya secara formal, $1 + (-2) = -1$
- Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan adik dalam 3 keping biru dan menjelaskannya secara kontekstual
- Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan adik dalam 3 keping biru dan menjelaskannya menggunakan model
- Siswa menyatakan kondisi akhir keuangan adik dalam 3 keping biru dan menjelaskannya secara formal, $1 + (-2) = -1$

2. Aktivitas 2

Aktivitas	Tujuan
Melakukan permainan remi bilbul	Siswa dapat menemukan hasil penjumlahan bilangan bulat dengan <i>set model</i>
Konjektur Berpikir Siswa	
<ul style="list-style-type: none"> • Ketika mendapatkan gambar keping biru pada kartu pertama dan gambar keping biru pada kartu kedua, siswa akan menjumlahkannya dengan cara menambahkan banyak gambar keping biru pada kartu pertama dan banyak gambar keping biru pada kartu kedua. Kemudian siswa menentukan hasil akhirnya sebagai bilangan positif. • Ketika mendapatkan gambar keping merah pada kartu pertama dan gambar keping merah pada kartu kedua, siswa akan menjumlahkannya dengan cara menambahkan banyak gambar keping merah pada kartu pertama dan banyak gambar keping merah pada kartu kedua. Kemudian siswa menentukan hasil akhirnya sebagai bilangan negatif. • Ketika mendapatkan gambar keping biru pada kartu pertama dan gambar keping merah pada kartu kedua atau sebaliknya, siswa akan menghapus kedua keping beda warna yang saling berpasangan. Kemudian siswa menentukan hasil akhirnya sebagai bilangan positif jika yang tersisa keping biru dan negatif jika yang tersisa keping merah. • Siswa dapat menentukan bahwa pemain yang hasil penjumlahannya bernilai lebih besar sebagai pemenang permainan 	

HASIL

Mencatat Transaksi Keuangan

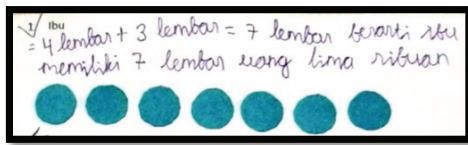
Setelah guru memberikan pengantar pembelajaran dan alat yang diperlukan, siswa bekerja secara kelompok. Pada saat siswa mengerjakan, guru berkeliling memantau dan membimbing siswa yang mengalami kesulitan. Pada aktivitas ini, siswa dapat menempel keping-keping warna sesuai dengan HLT. Pada transaksi ibu, pada mulanya siswa menempel keping biru sebanyak 4 buah kemudian menempel keping biru lagi sebanyak 3 buah seperti yang ada dalam tampilan Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Pemodelan Transaksi Ibu

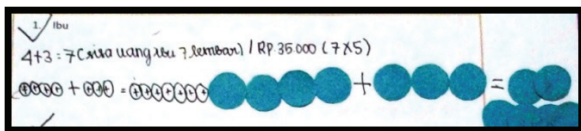
Dari Gambar 1 di atas diketahui bahwa siswa telah dapat memodelkan jumlah uang yang dimiliki dalam keping positif/biru. Hal ini menunjukkan bahwa siswa telah paham makna bilangan positif yang dapat digunakan untuk merepresentasikan jumlah uang yang dimiliki seseorang. Pada permasalahan selanjutnya, siswa menyatakan kondisi akhir keuangan ibu dalam 7 keping warna biru. Dalam menjelaskan jawabannya, ada siswa

yang menjelaskan secara kontekstual (Gambar 2), menggunakan keping (Gambar 3), maupun secara formal (Gambar 4).



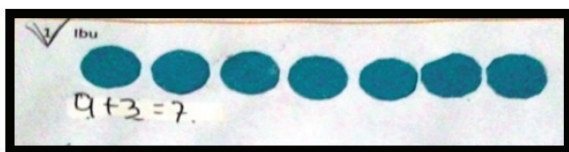
Gambar 2. Penjelasan Secara Kontekstual pada Kondisi Akhir Keuangan Ibu

Dari Gambar 2 di atas, diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya dengan cara menghubungkannya dengan konteks uang dan hutang. Siswa menentukan jumlah akhir keuangan ibu dalam 7 warna biru yang didapatkan dari 4 lembar uang ditambah 4 lembar uang. Selain itu, karena ibu tidak memiliki hutang maka ibu tidak perlu membayar hutang sehingga jumlah uang ibu tetap 7 lembar.



Gambar 3. Penjelasan Menggunakan Keping pada Kondisi Akhir Keuangan Ibu

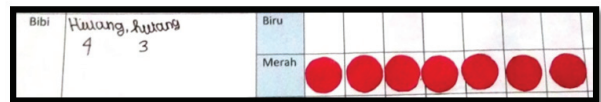
Dari Gambar 3 di atas, diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya dengan gambar bulatan-bulatan keping positif. Siswa menggambar 4 keping positif kemudian ditambahkan 3 keping positif lagi sehingga didapatkan 7 keping positif.



Gambar 4. Penjelasan Secara Formal pada Kondisi Akhir Keuangan Ibu

Dari Gambar 4 di atas, diketahui bahwa siswa menjelaskannya secara formal, yaitu

langsung menggunakan simbol matematika. Siswa menambahkan 4 dan 3 sehingga didapatkan 7. Dari Gambar 2, 3, dan 4 dapat diketahui pula bahwa siswa telah memahami bahwa penjumlahan merupakan penambahan dari himpunan sejenis. Jumlah uang yang dimiliki ditambah jumlah uang yang dimiliki maka jumlahnya akan semakin banyak. Pada transaksi bibi, pada mulanya siswa menempel keping merah sebanyak 4 buah kemudian menempel keping merah lagi sebanyak 3 buah seperti yang ada dalam tampilan Gambar 5 berikut.



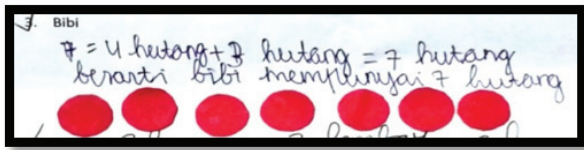
Gambar 5. Pemodelan Transaksi Bibi

Dari Gambar 5 di atas diketahui bahwa siswa telah dapat memodelkan jumlah hutang dalam keping negatif/merah. Hal ini menunjukkan bahwa siswa telah memahami makna bilangan negatif yang dapat digunakan untuk merepresentasikan jumlah hutang yang harus dibayar. Berdasarkan hasil pekerjaan siswa tersebut, peneliti tertarik untuk menggali lebih dalam tentang strategi dan pemikiran siswa. Oleh karena itu, peneliti mewawancarai siswa seperti yang ada dalam cuplikan Dialog 1 berikut.

Dialog 1

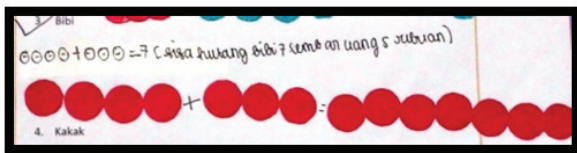
- 1. Peneliti : "Yang punya bibi jumlahnya berapa yang merah?"
- 2. Siswa : "7."
- 3. Peneliti : "Mengapa jumlahnya 7?"
- 4. Alisa : "Karena bibi hutang 4 lembar uang 5 ribuan dan 3 lembar uang 5 ribuan. Dan jika dijumlahkan jumlah hasilnya 7."

Dari Dialog 1 baris 4 di atas diketahui bahwa siswa telah memahami bahwa penjumlahan merupakan penambahan himpunan sejenis. Jumlah hutang yang dibayar ditambah hutang lagi maka jumlah hutangnya akan semakin banyak. Pada permasalahan selanjutnya, siswa menyatakan kondisi akhir keuangan bibi dalam 7 keping warna merah. Dalam menjelaskan jawabannya, ada siswa yang menjelaskan secara kontekstual (Gambar 6) maupun menggunakan keping (Gambar 7).



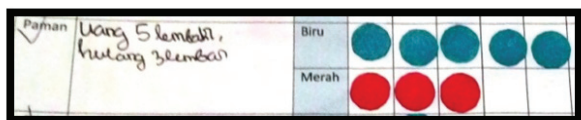
Gambar 6. Penjelasan Secara Kontekstual pada Kondisi Akhir Keuangan Ibu

Dari Gambar 6 di atas, diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya dengan cara menghubungkannya dengan konteks uang dan hutang. Siswa menjumlahkan 4 hutang dengan 3 hutang sehingga didapatkan 7 hutang. Karena bibi tidak memiliki uang untuk membayar hutang maka jumlah hutang bibi tetap 7 buah.



Gambar 7. Penjelasan Menggunakan Keping pada Kondisi Akhir Keuangan Ibu

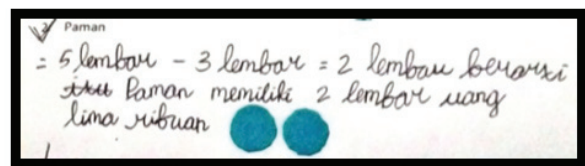
Dari Gambar 7 di atas, diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya dengan gambar bulatan-bulatan keping negatif. Siswa menggambar 4 bulatan keping negatif kemudian 3 bulatan keping negatif lagi sehingga didapatkan 7 bulatan keping negatif. Pada saat memodelkan transaksi bibi, belum ada siswa yang memberikan penjelasan secara formal. Siswa masih membutuhkan aktivitas-aktivitas lainnya yang dapat mengarahkannya pada pengenalan simbol secara matematis khususnya untuk bilangan negatif ditambah negatif. Pada transaksi paman, awalnya siswa memodelkannya dalam 3 keping merah dan 5 keping biru seperti dalam tampilan Gambar 8 berikut.



Gambar 8. Pemodelan Transaksi Paman

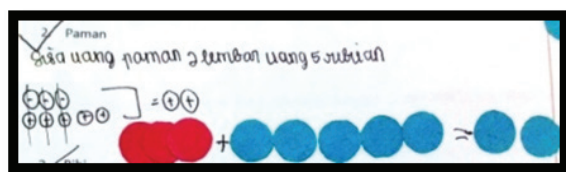
Dari Gambar 8 di atas, diketahui bahwa siswa dapat memodelkan jumlah uang yang dimiliki

dalam keping positif/biru dan keping negatif/merah. Hal ini menunjukkan bahwa siswa memahami makna bilangan positif yang dapat digunakan untuk merepresentasikan jumlah uang yang dimiliki dan bilangan negatif yang dapat digunakan untuk merepresentasikan jumlah hutang yang harus dibayar. Kemudian siswa menentukan bahwa kondisi akhir keuangan paman setelah membayar hutang dalam tempelan 2 keping biru. Dalam menentukan jumlah dan warna keping yang ditempel, ada siswa yang menjelaskannya secara kontekstual (Gambar 9), menggunakan keping yang dicoret (Gambar 10), dan secara formal (Gambar 11).



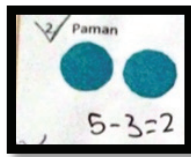
Gambar 9. Penjelasan Secara Kontekstual pada Kondisi Akhir Keuangan Paman

Dari Gambar 9 diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya dengan menghubungkannya dengan konteks uang. Siswa mengurangi 5 lembar uang yang dimiliki dengan 3 lembar uang yang digunakan untuk membayar hutang sehingga didapatkan 2 lembar uang yang tersisa.



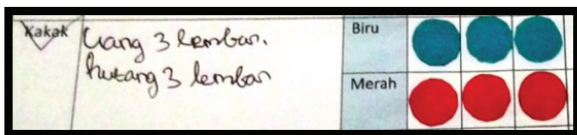
Gambar 10. Penjelasan Menggunakan Keping pada Kondisi Akhir Keuangan Paman

Dari Gambar 10 di atas diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya dengan menggambarkannya dalam bulatan-bulatan positif dan negatif. Siswa menggambar 3 keping negatif ditambahkan 5 keping positif kemudian mencoret setiap pasang keping positif dan negatif yang digambarnya karena mengetahui bahwa setiap pasang keping positif dan negatif bernilai nol.



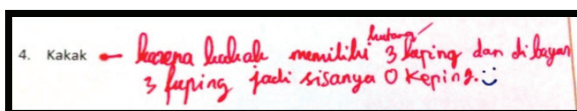
Gambar 11. Penjelasan Secara Formal pada Kondisi Akhir Keuangan Paman

Dari Gambar 11 di atas diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya secara formal, yaitu langsung menggunakan simbol matematika. Siswa mengurangkan 3 dari 5 sehingga didapatkan 2. Dalam hal ini siswa belum dapat menyatakan transaksi keuangan tersebut dalam penjumlahan dengan bilangan negatif. Pada transaksi kakak, awalnya siswa memodelkannya dalam 3 keping merah dan 3 keping biru seperti dalam tampilan Gambar 12 berikut.



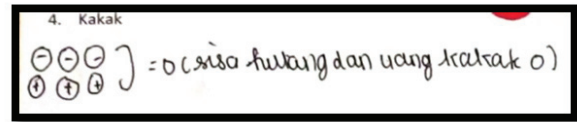
Gambar 12. Pemodelan Transaksi Kakak

Dari Gambar 12 diketahui bahwa siswa dapat memodelkan jumlah uang yang dimiliki dalam keping positif/biru dan jumlah hutang dalam keping negatif/merah. Hal ini menunjukkan bahwa siswa memahami makna bilangan positif yang dapat digunakan untuk merepresentasikan jumlah uang yang dimiliki dan bilangan negatif yang dapat digunakan untuk merepresentasikan jumlah hutang yang harus dibayar. Kemudian siswa menentukan bahwa kondisi akhir keuangan kakak setelah membayar hutang dalam tampilan kosong. Dalam menjelaskan jawabannya, ada siswa yang menjelaskannya secara kontekstual (Gambar 13), menggunakan keping yang dicoret (Gambar 14), dan secara formal (Gambar 15).



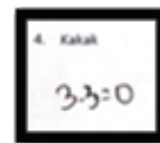
Gambar 13. Penjelasan Secara Kontekstual pada Kondisi Akhir Keuangan Kakak

Dari Gambar 13 di atas diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya dengan menghubungkannya dengan konteks hutang. Siswa menentukan kondisi akhir keuangan kakak dalam nol keping karena 3 keping uang yang dimiliki kakak digunakan untuk membayar 3 hutangnya.



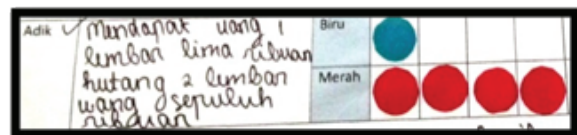
Gambar 14. Penjelasan Menggunakan Keping pada Kondisi Akhir Keuangan Kakak

Dari Gambar 14 di atas diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya dengan cara menggambar dalam bulatan-bulatan positif dan negatif. Siswa menggambar 3 keping negatif kemudian 3 keping positif dan mengetahui bahwa jika jumlah keping positif dan negatifnya sama maka nilainya nol.



Gambar 15. Penjelasan Secara Formal pada Kondisi Akhir Keuangan Kakak

Dari Gambar 15 di atas diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya secara formal, yaitu langsung menuliskannya dalam simbol matematika. Siswa mengurangkan 3 dari 3 sehingga didapatkan nol. Dalam hal ini siswa menggunakan operasi pengurangan tetapi belum dapat menuliskannya dalam operasi penjumlahan dengan bilangan negatif. Pada transaksi adik, awalnya siswa memodelkannya dalam 1 keping biru dan 4 keping merah seperti dalam tampilan Gambar 16 berikut.

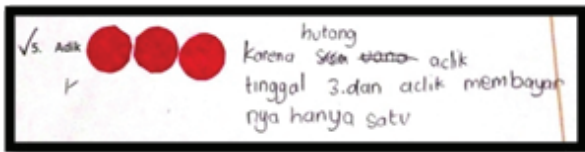


Gambar 16. Pemodelan Transaksi Adik

Dari Gambar 16 di atas diketahui bahwa siswa telah dapat memodelkan jumlah uang yang dimiliki dalam keping positif/biru dan jumlah hutang yang harus dibayar dalam keping negatif/merah. Hal

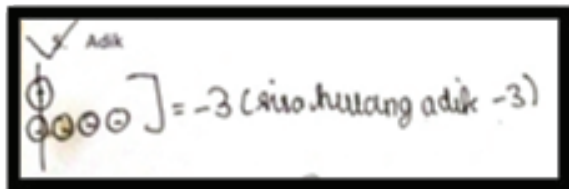
ini menunjukkan bahwa siswa memahami makna bilangan positif yang dapat digunakan untuk merepresentasikan jumlah uang yang dimiliki dan bilangan negatif yang dapat digunakan untuk merepresentasikan jumlah hutang yang harus dibayar.

Kemudian siswa menentukan bahwa kondisi akhir keuangan adik setelah membayar hutang dalam 3 keping merah. Dalam menjelaskan jawabannya, ada siswa yang menjelaskannya secara kontekstual (Gambar 17), menggunakan keping yang dicoret (Gambar 18), dan secara formal (Gambar 19).



Gambar 17. Penjelasan Secara Kontekstual pada Kondisi Akhir Keuangan Kakak

Dari Gambar 17 diketahui bahwa siswa menjelaskannya dengan cara menghubungkannya dengan konteks hutang. Siswa menentukan bahwa jumlah akhir keuangan adik yaitu 3 hutang karena adik baru bias membayar 1 buah hutangnya.



Gambar 18. Penjelasan Secara Formal pada Kondisi Akhir Keuangan Kakak

Dari Gambar 18 diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya menggunakan bantuan gambar bulatan-bulatan keping positif dan negatif. Siswa menggambar 1 keping positif dan 3 keping negatif kemudian mencoret sepasang keping positif negatif karena mengetahui bahwa nilainya nol.



Gambar 19. Penjelasan Secara Formal pada Kondisi Akhir Keuangan Adik

Dari Gambar 19 di atas diketahui bahwa siswa menjelaskan jawabannya secara formal yaitu langsung menggunakan symbol matematika. Siswa mengurangkan 4 dari 1 sehingga didapatkan -3. Dalam hal ini siswa memilih menggunakan operasi pengurangan karena belum memahami betul simbol matematika untuk penjumlahan dengan bilangan negatif. Di akhir Aktivitas 1, siswa mempresentasikan hasil diskusi kelompok kemudian terjadi diskusi klasikal yang dipandu oleh guru. Hal ini membantu siswa untuk memperdalam pemahaman tentang materi yang dipelajari serta berbagi strategi dengan siswa yang lain. Pada saat presentasi, terlihat interaksi yang baik antara siswa dan siswa maupun siswa dan guru.

Melakukan Permainan Remi Bilbul

Pada aktivitas ini, siswa bermain kartu remi bilangan bulat kemudian menuliskan hasil permainannya dalam tabel yang telah disediakan. Pada saat siswa bekerja dalam kelompok, guru memantau dan membantu siswa yang mengalami kesulitan. Ketika melakukan permainan remi bilbul, siswa mendapatkan kartu biru pada pengambilan pertama maupun kedua seperti dalam Gambar 20 berikut.

Pemain	Gambar/Kondisi			Cara Menentukan Hasil	Lambang Operasi Hitung
	Kartu I/ Daerah I	Kartu II/ Daerah II	Hasil/ Kondisi Akhir		
Pemain B	0000000 0 (8)	000 (3)	00000 00000 0 (11)	0000000 + 000 = 11	8 + 3 = 11

Gambar 20. Penjumlahan Keping Biru dan Biru

Dari Gambar 20 di atas diketahui bahwa siswa telah dapat menentukan hasil penjumlahan dari keping positif/biru dan keping positif/biru. Dalam menentukan hasil akhirnya, siswa menggambarkannya dalam bulatan-bulatan keping biru yang menunjukkan keping positif. Selain itu, siswa juga dapat memodelkan permasalahan dalam permainan dalam simbol matematika yang lebih formal, yaitu $8 + 3 = 11$. Selain itu, siswa juga mendapatkan kartu merah pada pengambilan pertama maupun kedua seperti pada Gambar 21 berikut.

Pemain	Gambar/Kondisi			Cara Menentukan Hasil	Lambang Operasi Hitung
	Kartu I/ Daerah I	Kartu II/ Daerah II	Hasil/ Kondisi Akhir		
Pemain B	0000 (4)	0000 (-5)	0000 0000 0 (-9)	0000 + 0000 = -9	-4 + (-5) = -9

Gambar 21. Penjumlahan Keping Merah dan Merah

Dari Gambar 21 di atas diketahui bahwa siswa telah dapat menentukan hasil penjumlahan dari keping negative/merah dan keping negative/merah. Dalam menentukan hasil akhirnya, siswa menggambarkannya dalam bulatan-bulatan keping merah yang menunjukkan keping negatif. Selain itu, siswa juga dapat memodelkan permasalahan dalam permainan dalam simbol matematika yang lebih formal dan melibatkan penjumlahan dengan bilangan negatif, yaitu $-4 + (-5) = -9$. Pada saat melakukan permainan, siswa juga mendapatkan kartu biru pada pengambilan pertama dan kartu merah pada pengambilan kedua seperti pada Gambar 22 berikut.

Pemain	Gambar/Kondisi			Cara Menentukan Hasil	Lambang Operasi Hitung
	Kartu I/ Daerah I	Kartu II/ Daerah II	Hasil/ Kondisi Akhir		
Pemain B	3	8	3 -5	3 + -8 = -5	3 + (-8) = -5

Gambar 22. Penjumlahan Keping Biru dan Merah

Dari Gambar 22 di atas diketahui bahwa siswa telah dapat menentukan hasil penjumlahan dari keping positif/biru dan keping negatif/merah. Dalam menentukan hasil akhirnya, siswa menggambarkannya dalam 3 bulatan biru dan 8 bulatan merah kemudian mencoret 3 pasang bulatan biru dan merah sehingga didapatkan 5 bulatan merah. Selain itu, siswa juga dapat memodelkan permasalahan dalam permainan dalam simbol matematika yang lebih formal dan melibatkan penjumlahan dengan bilangan negatif, yaitu $3 + (-8) = -5$. Selain itu, siswa juga mendapatkan kartu merah pada pengambilan pertama dan kartu biru pada pengambilan kedua seperti dalam Gambar 23 berikut.

Pemain	Gambar/Kondisi			Cara Menentukan Hasil	Lambang Operasi Hitung
	Kartu I/ Daerah I	Kartu II/ Daerah II	Hasil/ Kondisi Akhir		
Pemain B	7	5	2	7 - 5 = 2	-7 + 5 = -2

Gambar 23. Penjumlahan Keping Biru dan Merah

Dari Gambar 23 di atas diketahui bahwa siswa telah dapat menentukan hasil penjumlahan dari keping negatif/merah dan keping positif/biru. Dalam menentukan hasil akhirnya, siswa menggambarkannya dalam 7 bulatan merah dan 5 bulatan biru kemudian mencoret 5 pasang bulatan biru dan merah sehingga didapatkan 2 merah. Selain itu, siswa juga dapat memodelkan permasalahan dalam permainan dalam simbol matematika yang lebih formal, yaitu $-7 + 5 = -2$.

Dalam melakukan permainan, siswa juga menentukan pemenang permainan dimana pemenangnya adalah pemain yang hasil penjumlahannya memiliki nilai lebih besar. Dalam hal ini siswa menerapkan materi yang dipelajari sebelumnya mengenai urutan bilangan bulat. Di akhir pembelajaran siswa mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya dan terjadi diskusi klasikal yang dipandu oleh guru.

PEMBAHASAN

Pembelajaran penjumlahan bilangan bulat ini didasarkan pada pendekatan PMRI. Oleh karena itu, dalam pembahasan ini akan difokuskan pada kemunculan prinsip dan karakteristik PMRI tersebut pada proses pembelajaran yang telah dilaksanakan.

Karakteristik PMRI yang pertama adalah *the use of contexts* (Zulkardi, 2002). Dalam penelitian ini masalah kontekstual yang digunakan adalah masalah kuantitas seperti aset dan hutang dalam transaksi keuangan maupun stok barang (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008). Pembelajaran yang dimulai dari masalah kontekstual dan dihubungkan dengan fenomena yang dikenal oleh siswa ini menunjukkan kesesuaian dengan prinsip PMRI yang pertama yaitu *didactical phenomenology* (Zulkardi, 2002). Selain itu, sebagaimana hasil penelitian Mukhopadhyay et. al (Menon & Gyan, 2012), dalam penelitian ini juga menunjukkan bahwa konteks kuantitas mendapatkan respon positif dan memberikan

pengalaman yang bermakna bagi siswa. Konteks kuantitas ini juga mampu mendorong terlaksananya proses *guided reinvention* (Zulkardi, 2002).

Pada aktivitas kedua, konteks kuantitas disajikan dalam permainan remi bilbul. Permainan ini mampu menumbuhkan antusiasme siswa untuk belajar karena sesuai dengan ciri siswa SD yang menyukai permainan sebagaimana yang disampaikan oleh Somakin (2008) dan Fosnot & Dolk (2001). Dari aktivitas ini siswa memahami bahwa jumlah benda yang dimiliki atau kelebihan stok barang sebagai representasi dari bilangan positif sedangkan jumlah hutang yang harus dibayar atau jumlah kekurangan stok barang sebagai representasi dari bilangan negatif.

Karakteristik yang kedua adalah *the use of models* dimana fungsi model menurut Gravemeijer (Zulkardi, 2002) sebagai jembatan penghubung dari pengetahuan informal/konkrit menuju pengetahuan matematika tingkat formal. Dalam penelitian ini, model yang digunakan adalah *set model*. Aktivitas siswa untuk mengembangkan model ini sesuai dengan prinsip PMRI yang ketiga yaitu *self-developed models* (Zulkardi, 2002).

Karakteristik yang ketiga yaitu *students' creations and contributions* (Zulkardi, 2002). Hal ini muncul selama proses pembelajaran dimana guru menghargai setiap jawaban dan kontribusi siswa. Guru memberi kebebasan kepada siswa untuk mengungkapkan pendapat, pertanyaan, maupun mengembangkan strategi mereka sendiri dalam menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diberikan.

Karakteristik yang keempat adalah *interactivity* (Zulkardi, 2002). Selama proses pembelajaran, interaksi tidak hanya terjadi antara guru dan siswa, tetapi juga antara siswa dan siswa maupun siswa dan sumber belajar. Interaksi antara guru dan siswa terlihat pada saat guru membimbing siswa yang mengalami kesulitan dan diskusi klasikal. Interaksi antarsiswa terlihat pada saat siswa menyelesaikan permasalahan dalam LKPD secara berkelompok maupun pada saat menanggapi hasil presentasi dari kelompok lain. Interaksi antara siswa dengan sumber belajar terlihat ketika siswa memanfaatkan sumber-sumber belajar seperti LKPD, buku paket, dan alat-alat peraga yang telah disediakan. Interaksi sosial antarsiswa ini juga dilandasi oleh norma sosial dan sosiomatematik (Tatsis, 2007). Normal sosial terlihat ketika siswa menghargai pendapat

temannya dan mengacungkan tangan sebelum mengajukan pendapat, sedangkan sosiomatematik terlihat ketika siswa melakukan proses interaksi dan negosiasi untuk memahami konsep-konsep matematika yang dipelajari.

Karakteristik yang terakhir adalah *intertwining* dimana materi penjumlahan bilangan bulat ini terintegrasi atau saling terkait dengan topik pembelajaran lainnya. Pembelajaran ini tidak terlepas dari konsep pengurangan, perkalian, pembagian pada bilangan cacah maupun konsep mengurutkan pada bilangan bulat.

Pada aktivitas pertama, siswa mencatat transaksi keuangan dalam keping positif/biru dan negatif/merah. Melalui permasalahan 1 pada aktivitas ini, siswa dapat memodelkan jumlah uang yang dimiliki dalam keping positif/biru dan jumlah hutang yang harus dibayar dalam keping negatif/merah (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008). Setelah menyelesaikan permasalahan 2, siswa memahami bahwa penjumlahan sebagai penambahan dari himpunan sejenis (Assessment Resource Banks, 2011). Sebagai contoh, pada transaksi bibi, siswa menempel 4 keping merah kemudian 3 keping merah sehingga didapatkan 7 keping merah. Siswa juga memahami *cancellation strategy* dimana antarkeping yang berbeda warna akan saling meniadakan (Linchevski & Williams, 1999). Hal ini terjadi ketika seseorang yang memiliki hutang, membayar hutangnya dengan uang yang dimilikinya. Sepasang-sepasang keping beda warna yang saling meniadakan tersebut disebut *zero pair* (Musser, Burger, & Peterson, 2005).

Pada aktivitas berikutnya, siswa melakukan permainan remi bilangan bulat. Setelah mengikuti aktivitas ini siswa dapat menyelesaikan penjumlahan bilangan bulat menggunakan *set model* dimana untuk menjumlahkan bilangan positif dan positif maupun negatif dan negatif, siswa menambahkan gambar keping sewarnanya (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2008). Sedangkan untuk menjumlahkan bilangan positif dan negatif atau sebaliknya, siswa menggunakan *cancellation strategy* seperti pada aktivitas sebelumnya. Pada aktivitas ini, siswa juga telah mampu memodelkan permasalahan yang diberikan dalam simbol matematika yang lebih formal dan abstrak

Sesuai Kurikulum 2013, hendaknya pembelajaran menggunakan pendekatan saintifik dan model pembelajaran *Problem Based*

Learning (PBL) (Kemdikbud, 2013). Oleh karena itu, dalam penelitian ini, siswa selalu diajak aktif untuk melaksanakan 5M dalam pendekatan saintifik yang meliputi mengamati, menanyakan, mengeksperimen, menalar, dan mengkomunikasikan. Selain itu, dalam menerapkan sebuah model pembelajaran, peneliti juga mengikuti urutan aktivitas pembelajaran dalam *Problem Based Learning (PBL)* seperti mengorientasikan siswa pada masalah, mengorganisasikan siswa untuk belajar, membimbing penyelidikan individual maupun kelompok, mengembangkan dan menyajikan hasil karya, dan terakhir menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah (Permendikbud Nomor 81A Tahun 2013).

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah diuraikan, dapat disimpulkan sebagai berikut. (1) pembelajaran penjumlahan bilangan bulat dalam penelitian ini bermakna bagi siswa karena mengikuti prinsip dan karakteristik dalam pendekatan PMRI, (2) aktivitas mencatat transaksi keuangan dapat menstimulus siswa untuk dapat memodelkan jumlah uang yang dimiliki dalam keping positif/biru dan jumlah hutang yang harus dibayar dalam

keping negatif/merah. Selain itu, melalui aktivitas membayar hutang, siswa memahami *cancellation strategy* dan konsep *zero pair*; (3) melalui permainan remi bilangan bulat, siswa dapat memahami konsep penjumlahan menggunakan *set model*. Untuk menjumlahkan bilangan positif dan positif maupun negatif dan negatif, siswa menambahkan gambar keping sewarnanya, sedangkan untuk menjumlahkan bilangan positif dan negatif atau sebaliknya, siswa menggunakan *cancellation strategy*.

Saran

Berdasarkan kesimpulan yang telah dijelaskan, beberapa saran yang dapat direkomendasikan pada penelitian ini adalah sebagai berikut: (1) hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai rujukan untuk penelitian-penelitian selanjutnya berkaitan dengan pembelajaran penjumlahan bilangan bulat, PMRI, dan *design research*. , (2) diharapkan dapat mengembangkan desain pembelajaran untuk materi penjumlahan sekaligus pengurangan bilangan bulat, (3) diharapkan dapat mengembangkan desain pembelajaran untuk operasi hitung bilangan bulat dengan konteks dan model lainnya, misalkan dengan menggabungkan *set model* dan *measurement model*., (4) perlu penekanan mengenai perbedaan penggunaan tanda minus dan negatif.

DAFTAR RUJUKAN

- Assessment Resource Banks. 2011. *Basic Facts Concept Map*. Wellington: Ministry of Education, New Zealand. (http://arb.nzcer.org.nz/supportmaterials/maths/concept_map_basic_facts.php diakses 1 Desember 2014).
- Fosnot, C.T & Dolk, M. 2001. *Young Mathematics At Work. Constructing Number Sense, Addition, and Subtraction*. United States of America: acid-free paper.
- Gravemeijer, K & Cobb. 2006. Design research from a Learning Perspective. *Educational Design research (pp. 17-51)*. London: Routledge.
- Kaune, C., Nowinska, E., Paetau, A., & Griep, M. 2014. Games for Enhancing Sustainability of Year 7 Maths Classes In Indonesia. *IndoMS-JME, Volume 4, No. 2, July 2013, pp. 129-150*.
- Linchevski, L & Williams, J. 1999. Using Intuition From Everyday Life In 'Filling' The Gap In Children's Extension Of Their Number Concept To Include The Negative Numbers. *Educational Studies in Mathematics*. Netherlands : Kluwer Academic.
- Menon, U & Gyan, J. 2012. Extending Numbers With Number Sense. *12th International Congress on Mathematical Education Topic Study Group 7 8 July –15 July, 2012, COEX, Seoul, Korea*.
- Merzbach, U.C. & Boyer, C.B. 2011. *A History of Mathematics. Third Edition*. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Muslimin. 2013. *Desain Pembelajaran Pengurangan Bilangan Bulat Melalui Permainan Tradisional Congklak Berbasis Pendidikan Matematika Realistik Indonesia di Kelas IV Sekolah Dasar*. Tesis tidak diterbitkan. Palembang: PPs Universitas Sriwijaya (Unsri).

- Musser, G.L, Burger, W.F., & Peterson, B.E. 2005. *Mathematics for Elementary Teacher*. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 81A Tahun 2013 Tentang Implementasi Kurikulum Pedoman Umum Pembelajaran. Jakarta: Kemdikbud.
- Purnomo, Y.W. 2014. *Bilangan Cacah dan Bulat*. Bandung:Alfabeta.
- Putri, R.I.I 2011. Implementasi Alat Peraga Operasi Bilangan Bulat Bagi Guru Sekolah Dasar (SD) Se-Kecamatan Ilir Barat I Palembang. *Jurnal Pendidikan Matematika, Volume 5. No.1, Januari 2011*.
- Somakim. 2008. Teori Belajar Dienes. In Nyimas Aisyah, dkk. *Bahan Ajar Cetak: Pengembangan Matematika Sekolah*. (pp 2-1 – 2-42). Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi : Departemen Pendidikan Nasional.
- Tatsis, K. 2007. Investigating the Influence of Social and Sociomathematical Norms in Collaborative Problem Solving. *Paper presented at the The Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*.
- Van de Walle, J.A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J.M. 2008. *Elementary and Middle School Mathematics, Teaching Developmentally*. USA: Pearson.
- Wijaya, A. 2012. *Pendidikan Matematika Realistik, Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Zulkardi. 2002. *Developing a Learning Environment on Realistic Mathematics Education for Indonesian Student Teachers*. Thesis University of Twente. The Netherlands: PrinPartners Ipskamp-Enschede.